Plan for idag

1. Venn-diagram / repetisjon
2. $p = \frac{\#gunstige}{\#moglege}$
3. Additive reglar
   - Addisjonssetninga
   - Komplimentærsetninga
4. Betinga sannsyn
   - Uavhengighet
5. Multiplikasjonssetninga

Utfallsrom og hendingar

Utfallsrom: S

Hendingar: $A \subseteq S$ og $B \subseteq S$

Snitt: $A \cap B$

Union: $A \cup B$

Komplimentær: A'

Disjunkt: $A \cap B = \emptyset$

Definisjon

Eit *sannsynsmål* P på eit utfallsrom S er ein reell funksjon definert på hendingane i S slik at;

- $0 \leq P(A) \leq 1$ for alle $A \subset S$
- $P(S) = 1$
- Dersom $A_1, A_2, \ldots, A_n$ er parvis disjunkte (dvs $A_i \cap A_j = \varnothing$ for alle i og j), så er

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Tolking av sannsyn

Sannsyn = relativ frekvens

Eksempel: Kastar terning N gongar
$P(\{1,2\}) =$ (antall kast lik 1 eller 2) / N
når $N \to \infty$

Uniform sannsynsmodell

Definisjon

Dersom $S = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ og $P(e_1) = P(e_2) = \cdots = P(e_n) = w$ har vi ein *uniform sannsynsmodell*.

Eksempel: Terning og tilfeldig student.

Sannsyn i uniform sannsynsmodell

Teorem

Anta uniform sannsynsmodell med m hendingar. La $A = \{e_{i1}, e_{i2}, \ldots, e_{ig}\}$ (hending med g enkelt utfall). Då er $P(A) = \frac{\text{antall utfall i A}}{antallutfalliS} = \frac{\text{gunstige}}{\text{moglege}} = \frac{g}{m}$

Eksempel terning:

- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, dvs $m = 6$
- $A = \{2, 4, 6\}$, dvs $g = 3$
- $P(A) = \frac{g}{m} = 3/6 = 1/2$

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.
Ja

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.

Kvifor/kvifor ikkje?

Uniform sannsynsmodell?

Terning: Triller terning og registrerer talet på auger.
Ja

Mynt/krone: Kastar mynt inntil ein får krone. Registrerer antall kast.
Nei; S er uendeleg (tellbart) og $P(1) \neq P(2) \neq P(3)$

Kule i sirkel: Kastar kule inni sirkel. Registerer posisjon.
Nei; S er uendeleg (ikkje-tellbart)

Kvifor/kvifor ikkje?

Addisjonsreglar

Addisjonssetninga (teorem 2.10)

La A og B vere hendingar:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - (A \cap B)$$

Komplimentærsetninga (teorem 2.12)

$$P(A) = 1 - P(A')$$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.9)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon betinga sannsyn (def. 2.9)

Det betinga sannsynet for hendinga B gitt hendinga A er

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

for $P(A) > 0$

Definisjon uavhenighet (def. 2.10)

Hendingane A og B er *uavhengige* dersom

$$P(B|A) = P(B)$$

elles er handingane A og B *avhengige*

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.13

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.13

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.14

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonsreglar

Teorem 2.13

For hendingane A og B er $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

Teorem 2.14

Dersom A og B er uavhengige er $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Multiplikasjonssetninga (teorem 2.15)

Dersom hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ kan opptre, så er

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_k) =$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \cdots \cdot P(A_k|A_1 \cap \ldots A_{k-1})$$

og **dersom** hendingane $A_1, A_2, \ldots A_k$ er **uavhengige** er

$$P(A_1 \cup A_2 \cap \cdots \cap A_k) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \cdots \cdot P(A_k)$$

Plan for idag

1. Venn-diagram / repetisjon
2. $p = \frac{\#gunstige}{\#moglege}$ krever uniform sannsyns modell
3. Additive reglar for $P(A \cup B)$
   - Addisjonssetninga
   - Komplimentærsetninga $P(A') = 1 - P(A)$
4. Betinga sannsyn $P(B|A)$
   - Uavhengighet $P(B|A) = P(A)P(B)$
5. Multiplikasjonssetningar for $P(A \cap B)$