Eksamen juni 07, pengespelet

- Spm.lagar A: Tilfeldig deltakar klarar < 5 med sanns. q_1.
- Spm.lagar B: Tilfeldig deltakar klarar < 5 med sanns. q_2.
- Z_1 av $n_A = 64$ klarer ferre enn 5.
- Z_1 av $n_b = 64$ klarer ferre enn 5.

Utled tilnærma 95% KI for $d = q_1 - q_2$ basert på normaltilnærming til binomisk.

- $Z_1 \sim bin(n_1, q_1)$, stor n_A, $Z_1 \overset{approx}{\sim} N(n_1 q_1, n_1 q_1(1-q_1))$
- $Z_2 \sim bin(n_2, q_2)$, stor n_B, $Z_2 \overset{approx}{\sim} N(n_2 q_2, n_2 q_2(1-q_2))$
- $\hat{q}_1 = Z_1/n_1 \overset{approx}{\sim} N(q_1, q_1(1-q_1)/n_1)$
- $\hat{q}_2 = Z_2/n_2 \overset{approx}{\sim} N(q_2, q_2(1-q_2)/n_2)$
- $\hat{d} = \hat{q}_1 - \hat{q}_2 \overset{approx}{\sim} N(q_1 - q_2, q_1(1-q_1)/n_1 + q_2(1-q_2)/n_2))$
- $Z = \dfrac{\hat{d} - d}{\sqrt{q_1(1-q_1)/n_1 + q_2(1-q_2)/n_2)}}$

Resultat pengespelet

Ser på $d = \mu_1 - \mu_2$

Konfidensinterval for d

$(1 - \alpha) = 0.95$ konfidensinterval:

$$[0.08, 0.41]$$

Hypotesetest

$H_0 : d = 0$
$H_1 : d \neq 0$
Med signifikansnivå $\alpha = 0.05$
Forkastar H_0.

Typiske spørsmål

- Kva er gjennomsnittshøgda for NTNU-studiner. Estimering
- Er eg høgare enn gjennomsnittleg kvinneleg NTNU-student. Hypotesetest
- Kva er forskjellen i kvalitet på laks for lagringsmetode 1 og lagringsmetode 2. Estimering
- Er kvaliteten på laks ved lagringsmetode 2 betre enn ved lagringsmetode 1? Hypotesetest

Plan for dagen

Ser på normalfordelte gjennomsnitt (pga SGT eller fordi data frå normalfordeling)

- Eit utval, kjent varians
- Eit utval, ukjent varians
- To utval, kjent varians
- To utval, lik ukjent varians
- To utval ukjent varians
- Para utval

På mandag:

- Andel
- To andelar
- Varians

Høgde, NTNU kvinner og Ingelin

Påstand som skal testast: Ingelin er høgare enn gj.snittlege NTNU kvinne.
μ: gj.snitt for NTNU kvinner.

Hypoteser

- H_0: $\mu = \mu_0 = 172$
- H_1: $\mu < \mu_0$

Moglege beslutningar

- Forkastar H_0, og aksepterer H_1.
  Påstand 'bevist' ved data.
- Forkaster ikkje H_0.
  Data underbygger ikkje påstand.

Fiskekvalitet

- μ_1: Gj.snitt kvalitet på fisk, tradisjonell lagring.
- μ_2: Gj.snitt kvalitet på fisk, ny lagring.

Ny metode betre kvalitet?

Hypoteser

- H_0: $\mu_1 = \mu_2$
- H_1: $\mu_2 > \mu_1$

Moglege beslutningar

- Forkastar H_0, og aksepterer H_1.
  Det er ulik kvalitet. Innfører ny lagringsmetode.
- Forkaster ikkje H_0.
  Kan ikkje bevise at $\mu_2 > \mu_1$. Fortsett med eksisterande lagring.

Hypotesetesting

Metode p-verdi

1. Antar H_0 er sann.
2. Finn *p-verdi*: P(vårt estimat eller meir ekstremt $|$ H_0 er sann)
3. Forkastar H_0 dersom liten p-verdi ($< \alpha$).

Metode forkastninsområde

1. Antar H_0 er sann.
2. Finn testobservator og område for 'testobservasjon' (evt. estimat) som fører til forkastning.
3. Forkastar H_0 dersom 'testobservasjon'/estimat i forkastningsområdet.

Viktige observatorar

Dersom $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$, kjent σ^2 eller pga SGT

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Dersom $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$$

Student-t fordelt med $\nu = n - 1$ fridomsgrader.

Dersom $X_i \stackrel{u.i.f.}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ og $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

Kji-kvadrat fordelt med $\nu = n - 1$ fridomsgrader.

Høgdehypotese, kjent varians

Høgde kvinnlege NTNU stud: $X_i \sim N(\mu, 6.0^2)$, $n = 36$, $\alpha = 0.05$

Hypoteser

- H_0: $\mu = \mu_0 = 172$
- H_1: $\mu < \mu_0$

Forkastningsområde

- Testobservator: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$
- Under H_0: $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$
  $P(Z < -z_\alpha) = \alpha$
- Forkaster H_0 dersom $z_{obs} = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_\alpha = -1.645$
- Forkaster H_0 dersom $\bar{x} < \bar{x}_{grense} = \mu_0 - z_\alpha \sigma / \sqrt{n} = 169.7$

Frå data: $\bar{x} = 170.4$, dvs $z_{obs} = -0.69 \Rightarrow$ beheld H_0

Fiskehypotese, kjent varians

Metode 1: $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, n_1 data
Metode 2: $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, n_2 data

Hypoteser

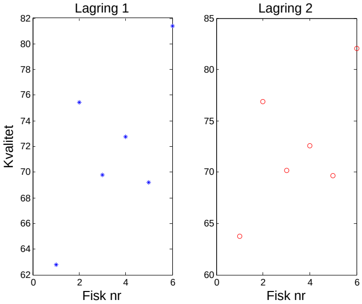
- H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$
- H_1: $\mu_1 - \mu_2 < 0$

Forkastningsområde

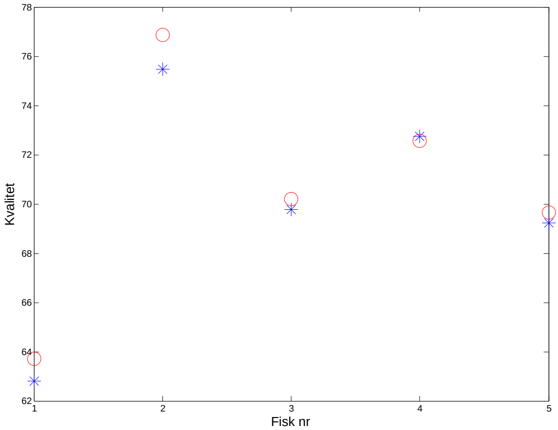
- Testobservator: $Z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$
- Under H_0: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \sim N(0,1)$

  $P(Z < -z_\alpha) = \alpha$
- Forkaster H_0 dersom $z_{obs} = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} < -z_\alpha$

Lagring av fisk



Lagring av fisk, differansar



Lært i dag

Konfidensintervall vs hypotesetesting

Eit $(1-\alpha)$ KI for μ $[a, b]$
Hypotesetest $H_0 : \mu = \mu_0$ få α nivå.
Forkastar H_0 dersom μ_0 ikkje er i KI.

Ser på normalfordelte gjennomsnitt (pga SGT eller fordi data frå normalfordeling)

- Eit utval, kjent varians. Observator: Z
- Eit utval, ukjent varians. Observator: T
- To utval, kjent varians. Observator: Z
- To utval, lik ukjent varians Observator: T med S_{pooled}
- To utval ukjent varians Observator: T
- Para utval. Observator: T