Løsningsforslag øving 3, ST1301

Oppgave 1 Programmer en funksjon som undersøker om et tall er en sannsynlighet (ligger i intervallet fra 0 til 1) og som returnerer `TRUE` hvis tallet er en sannsynlighet.

Oppgave 2 En bank gir 0.5% rente på innskudd inntil 49.999 kr og 1.65% på innskudd over 50.000 kr. Rentesatsene gjelder fra første krone. Programmer en funksjon som beregner rentene for et beløp som har stått på konto i ett år.

Oppgave 3 Rekursjonsligningen

$$N_{t+1} = \frac{RN_t}{1 + \frac{R-1}{K}N_t}, \tag{1}$$

beskriver endring i populasjonsstørrelse N_t fra ett år til neste og er kjent som Beverton-Holt modellen.

Lag et program som beregner populasjonsutviklingen fra år 1 til år t, for gitte initialbetingelser og parametere. Velg for eksempel parametere lik $K = 20$ og $R = 1.4$.

Plot hvordan populasjonsstørrelsen endrer seg over tid ved hjelp av funksjonene `plot`. Se hjelpesiden til `plot.default` for beskrivelse av tilleggsargumenter til `plot`.

Oppgave 4 Fibonacci-tallene er følgen definert ved

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \tag{2}$$

og $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, altså tallene $1, 1, 2, 3, 5, 8, 12, \ldots$.

Programmer en funksjon som beregner Fibonacci-tallene opp til ledd n i følgen.

Lag så et plot av tallfølgen ved hjelp av funksjonen `plot`. Hvordan blir plottet seende ut hvis vi velger logaritmisk skala på y-aksen (ved å bruke argumentet `log=''y''` i kallet til `plot`)?

Vi kan definere funksjonen slik:

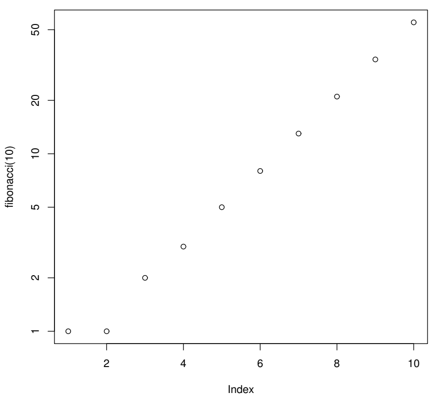
```
# Kontrakt: fib: heltall -> vektor
#
# Hensikt: Beregne fibonaccitallene opp til det n'te tallet i
# følgen
```

```
#
# Eksempler:
#    fib(5) skal gi returnere tallene 1,1,2,3,5
#
# Definisjon:
fib <- function(n) {
   a <- rep(NA,n)   # Eventuellt bara a <- c(1,1)
   a[1] <- 1        #
   a[2] <- 1        #
   for (i in 3:n)
      a[i]<-a[i-1]+a[i-2]
   return(a)
}
# Tester:
fib(5)
fib(10)
```

Det er en fordel å opprette hele vektoren `a` som en tom vektor før vi tilordner enkeltverdier slik at vi unngår at ny minneplass til statige utvidelser av vektor må allokeres ved gjennomløping av løkken.

Plot kan lages slik:

```
> plot(fib(10),log="y")
```



Vi ser at punktene blir liggende tilnærmet på en rett linje, noe som antyder at en mulig løsning av ligning (2) (en såkalt differanseligning) er på formen $a_i = c\lambda^i$.

Oppgave 5 *Bli kjent med noen grafikkmuligheter i R. Bruk av elementvise* *operasjoner på vektorer.*

En parametrisk kurve i planet er generelt definert ved to funksjoner $x(t)$ og $y(t)$, som spesifiserer x og y som kontinuerlige funksjoner av en tredje variabel t ("parameteren") over et intervall I. F.eks. vil en sirkel med radius r og sentrum i $(0, 0)$ kunne representeres av som en parametrisk kurve gitt ved funksjonene

$$x(t) = r\cos(2\pi t), \tag{3}$$

og

$$y(t) = r\sin(2\pi t) \tag{4}$$

over intervallet $0 \leq t < 1$. Lag et plot av denne parametriske kurven for $r = 1$. Tips: Lag først en sekvens t verdier og beregn så tilhørende x og y verdier. Bruk argumentet `type="l"` i kallet til `plot`.

Hva slags kurve får vi om vi i stedet for å la r i ligning (3) og (4) være en konstant lar r være funksjonen

$$r(t) = t \tag{5}$$

samtidig som vi lar t ligge i intervallet gitt ved $0 < t < 5$?

```
t <- seq(0,5,.01)
x <- t*cos(2*pi*t)
y <- t*sin(2*pi*t)
plot(x,y,type="l")
```

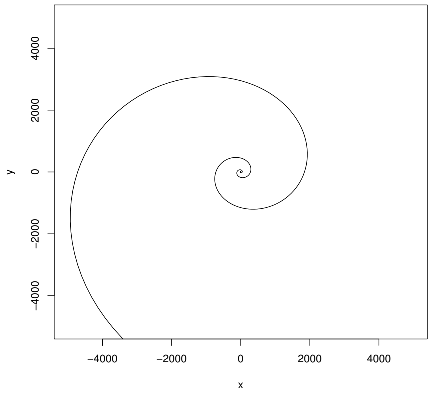
La til slutt r i ligning (3) og (4) være funksjonen

$$r(t) = \lambda^{4t}. \tag{6}$$

Programmer en funksjon som gjennomfører beregningene over og som lager et plot av den parametriske kurven gitt ved (3), (4) og (6). La λ være argument i funksjonen og undersøk hvordan den parametriske kurven blir seende ut for forskjellige valg av λ. For λ omkring 1.6 skal kurven svare til en kjent biologisk form!

Finjuster eventuelt plottet ved å velge passende verdier for argumentene `xlim`, og `ylim` i kallet til `plot`. Skriv `?plot.default` for å få hjelp om argumentene `xlim` og `ylim`.

```
kurve <- function(lambda) {
  t <- seq(0,5,.01)
  x <- lambda^(4*t)*cos(2*pi*t)
  y <- lambda^(4*t)*sin(2*pi*t)
  minlim <- c(-5000,5000)
  plot(x,y,type="l",xlim=minlim,ylim=minlim)
}
```



Oppgave 6 Lag et plot av mengden punkter definert (i polarkoordinater) ved

$$r = \sqrt{i}, \tag{7}$$

og

$$\theta = \frac{2\pi i}{1.618034}, \tag{8}$$

hvor $i \in \{1, 2, \ldots, 1000\}$. Merk at alle verdiene av θ, r (og i neste omgang x og y) kan beregnes ved bruk av elementvise operasjoner på vektorer.

Hva slags biologisk form blir dette? Hva skjer om du endrer litt på konstanten i nevner i ligning (8)?