

Øving 4, ST1301

Oppgave 1 *Bruk av R som statistisk tabell.*

Oppg. 2.1 og 2.2 i Dalgaard.

Oppgave 2 *Undersøke om en estimator er forventningsrett.*

Anta at X_1, X_2, \dots, X_n er uavhengige kontinuerlig uniformt fordelte variable på intervallet fra a til b . Det kan vises at variansen til uniformt fordelte variable er

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}. \quad (1)$$

Anta at vi ønsker å estimere σ^2 ved hjelp av estimatoren

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2. \quad (2)$$

Undersøk om denne estimatoren er forventningsrett ved å simulere 1000 tilfeldige utvalg av størrelse $n = 5$ fra den uniforme modellen over. Velg passende verdier for a og $b = 5$. Merk at estimatoren (2) allerede finnes som funksjonen `var` i R.

Oppgave 3 *Forstå tolkningen av konfidensintervaller og beregne dekningsgrad gjennom å simulere. Bruk av for-løkker, logiske uttrykk, if-setninger, tellevariabler, lister.*

I forbindelse med en konsekvensutredning ønsker vi å anslå hvor stort innslaget av rømt oppdrettslaks er i en gitt lakseelv. Anta at vi fanger n laks hvorav X identifiseres som oppdrettslaks. Vi antar også at den totale mengden laks i elva er mye større enn n . Da er det rimelig å anta at X er binomisk fordelt med parametrene n og p hvor p er andelen av rømt fisk i hele elva.

I brukerkurset i statistikk har vi sett hvordan vi kan konstruere konfidensintervall for parameteren p i binomisk modell på grunnlag av observasjoner av typen over. Vi har at størrelsen $(\hat{p} - p) / \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}$ (hvor $\hat{p} = X/n$) er tilnærmet standard normalfordelt slik at

$$P \left(-z_{\alpha/2} < \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})/n}} < z_{\alpha/2} \right) \approx 1 - \alpha. \quad (3)$$

Isolerer vi p i midten får vi

$$P \left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{n} \hat{p}(1 - \hat{p})} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{n} \hat{p}(1 - \hat{p})} \right) \approx 1 - \alpha. \quad (4)$$

Endepunktene i intervallet (det er disse som er stokastiske) skal altså ligge rundt den ukjente parameteren p med sannsynlighet $1 - \alpha$ (konfidensnivået).

Programmer en funksjon `konfint` som har X , n , og α som argumenter (inndata) og som returnerer endepunktene i konfidensintervallet i form av en vektor med elementer lik nedre og øvre intervallgrense. Bruk så funksjonen for å beregne et 95% konfidensintervall for p for det tilfelle at 15 utav 50 laks er oppdrettslaks.

Som nevnt er konfidensintervallet over ikke eksakt; dekningsgraden er bare tilnærmet lik $1 - \alpha$. Vi skal nå beregne dekningsgraden ved å simulere. Programmer en funksjon som simulerer 10000 realisasjoner av av konfidensintervallet gitt ved (4) for gitte verdier av p , n og α (la disse parameterne være funksjonsargumenter). Bruk en tellevariabel og øk dennes verdi inne i for-løkken hver gang det simulerte konfidensintervallet ligger rundt p . Til slutt må dekningsgraden beregnes og returneres som funksjonsverdi.

Bruk så funksjonen til å beregne dekningsgraden for følgende verdier av p , n , og α :

p	n	α
0.5	100	0.05
0.1	100	0.05
0.05	100	0.05
0.5	20	0.05
0.1	20	0.05
0.05	20	0.05

Diskuter hvordan denne typen konfidensintervall fungerer i praksis på grunnlag av simuleringsresultatene.

Oppgave 4 Lag et program som tegner 4 formlike ansikter av ulik størrelse i grafikkvinduet. Lag først en funksjon som tegner en sirkelbue på en sirkel med sentrum i et vilkårlig punkt (x, y) og radius r , mellom punkter tilsvarende vinkler lik θ_1 og θ_2 . Bygg så videre på denne funksjonen når du definerer nye funksjoner for å tegne sirkler, øyne, munn, og hele ansikter. Du får bruk for funksjonen `lines`.

Når du skal teste de ulike funksjonene programmet består av er det hensiktsmessig først å initiere eller tømme grafikkvinduet ved å skrive f.eks.

```
plot(NA, xlim=c(0,10), ylim=c(0,10), xlab="x", ylab="y")
```

For å løse denne programmeringsoppgave vil du måtte anvende dine domenekunnskaper innen anatomi og geometri.

Oppgave 5 Besvar fagevalueringen på hjemmesiden til faget:
<http://www.math.ntnu.no/~jarlet/ST1301-2005v>