



Faglig kontakt under eksamen:  
Lisa Lorentzen 73 59 35 48

## EKSAMEN I FAG SIF5003 MATEMATIKK 1

Mandag 2. august 1999

Tid: 09:00–14:00

Hjelpemidler:

Typegodkjent lommekalkulator med tomt minne.

Rottmann: Matematisk Formelsamling.

Alle svar skal begrunnes. Det må være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

### Oppgave 1

a) Løs ulikhetene

$$(i) \quad \ln(-x) > 2 \qquad (ii) \quad \frac{1}{(x-1)^2} < \frac{1}{4}$$

b) Bestem grenseverdiene

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} \qquad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{2x} - 2x)^{1/x}$$

### Oppgave 2

a) Vis at ligningen

$$2x = \cos x$$

har nøyaktig én løsning, og finn denne med fem sikre sifre ved bruk av Newtons metode.

b) Finn (tilnærmet) de punktene på kurven

$$y^2 + \sin x = 1$$

som ligger nærmest origo.

**Oppgave 3** Langviseren (minuttviseren) på det berømte uret Big Ben i London måler ca 4 meter fra spissen til senteret i urskiven, og kortviseren (timeviseren) måler ca 2 meter. Hvor fort endres avstanden mellom spissene på disse viserne idet klokken akkurat passerer 02.00?

Hint: Cosinus-setningen (Rottmann s. 40) kan være til hjelp.

**Oppgave 4** La  $K$  være kurven

$$y = \cosh x, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Finn lengden av  $K$  og arealet av flaten vi får ved å rotere  $K$  om  $x$ -aksen.

**Oppgave 5**

a) Avgjør om rekkene konvergerer betinget, konvergerer absolutt eller divergerer

$$(i) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n + \sqrt{n}} \qquad (ii) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n! (2n)^n}$$

b) Bestem konvergensintervallet for rekken

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n \frac{(x+4)^n}{2n+1}$$

**Oppgave 6** La

$$P_5(x) = 1 + 3x + 5x^3 - x^5$$

være Taylorpolynomet av grad 5 om  $a = 0$  for en 6 ganger deriverbar funksjon  $f(x)$ .

Bestem  $f''(0)$  og  $f'''(0)$ .

For hvilke  $x$  kan en garantere at

$$|f(x) - P_5(x)| \leq 10^{-7}$$

når  $|f^{(6)}(x)| \leq 72$  for alle  $x$ ?

**Oppgave 7** Radioaktive stoffer nedbrytes med en hastighet som er proporsjonal med den til enhver tid gjenværende mengde av stoffet. Halveringstiden er den tiden det tar før en mengde av stoffet er halvert.

En ulykke i en reaktor førte til at det radioaktive stoffet Polonium-210 som har halveringstid på 140 dager, trengte seg inn i styringsrommet for reaktoren. Målinger viste at da lekkasjen var tettet, var det 8 ganger så meget Polonium-210 i rommet som den maksimalt tillatte mengden  $M$ . Hvor mange dager tar det før mengden Polonium-210 er redusert til  $M$ ?