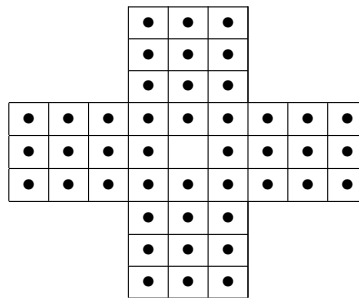
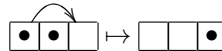

MA2201 - TMA4150

UTFORDRINGSSETT

Solitaire er et spill for en person som starter med et Brett bestående av 45 ruter og med 44 kuler, som figuren under illustrerer:

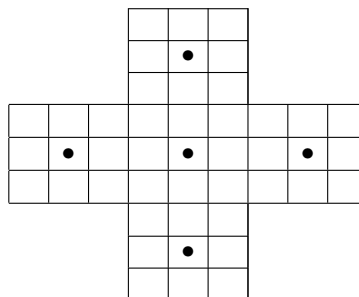


Et trekk består i å flytte en kule over en annen, for så å fjerne kulen en har hoppet over. Følgende figur illustrerer dette:



En kule kan ikke hoppe over flere kuler enn én kule om gangen, og en kule kan ikke hoppe til et felt hvor det allerede er en kule. Det er kun tillatt med horisontale eller vertikale trekk. Spillet vinnes ved å ha en kule igjen i feltet midt på brettet. En ting er å vinne dette spillet, men et naturlig spørsmål er: I hvilke andre posisjoner på brettet kan vi «vinne» spillet? Dvs. hvor på brettet kan vi ende opp med kun en kule igjen etter å ha fulgt spillets regler?

Oppgave. Vis at de eneste mulighetene er gitt ved disse feltene:



Hint. 1. Det første vi tenker på å bruke her, er selvfølgelig Klein-4-gruppen ...!?!? La $G = \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, og la $0 = (0, 0)$, $a = (1, 0)$, $b = (0, 1)$ og $c = (1, 1)$. Gruppetabellen blir da

	0	a	b	c
0	0	a	b	c
a	a	0	c	b
b	b	c	0	a
c	c	b	a	0

Tilordn et av gruppeelementene $\{a, b, c\}$ til hver rute på brettet, slik at hver gang vi gjør et trekk med en kule over en annen kule med tilordnede gruppeelementer henholdsvis x og y , så har ruten hvor vi setter ned kulen vi starter trekket med verdi $x + y$.

2. Si at brettets verdi er lik summen av alle gruppeelementene tilordnet hver rute hvor det står en kule på brettet.

3. Solitaire-brettet er symmetrisk under horisontal og vertikal speiling om symmetrilinjene og under rotasjon med 90° , 190° og 270° grader.

Spørsmål. Fins det andre brettspill som kan analyseres på tilsvarende måte?