

Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen: Henning Omre
Telefon: 73 59 35 31, 909 37 848

ST0101 'Brukerkurs i sannsynlighetsregning'
ST1101 'Sannsynlighetsregning'
ST6200 'Sannsynlighetsregning'

Mondag 01. desember 2008
Kl. 0900–1300

Hjelpemedel: Alle trykte og skrevne hjelpemedel, én lommereknar
Sensur: 22. desember 2008

Oppgåve 1 Fuglereiret

Svara på alle spørsmål skal først gjevast i sannsynsnotasjon før talverde setjast inn og talsvar reknast ut.

Ein hovedfagsstudent studerer ein fugleart og avkomma deira ved å overvåke reira gjennom eit år. Sannsynsmodellen som brukast er gjeve under.

Let X vera antal egg i eit vilkårleg reir og anta følgjande sannsyn:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

- a) Skriv opp uttrykket for sannsynet for fleire enn to egg, $P(X \geq 2)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Skriv opp uttrykka for forventning, $E(X)$, og varians, $Var(X)$, til antal egg. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Etter studiene etablerast fylgjande sannsynsmodell for antal fugleungar fødde i vilkårleg reir, Y , gjeve antal egg i reiret:

y	0	1	2	3	4
$P(Y=y X=0)$	1.0	0	0	0	0
$P(Y=y X=1)$	0.6	0.4	0	0	0
$P(Y=y X=2)$	0.2	0.6	0.2	0	0
$P(Y=y X=3)$	0.1	0.2	0.6	0.1	0
$P(Y=y X=4)$	0	0.1	0.4	0.4	0.1

- b) Skriv opp uttrykket for sannsynet for at ingen fugleungar blir fødde i reiret, $P(Y = 0)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Skriv opp uttrykket for forventningen, $E(Y)$, og variansen, $Var(Y)$, til antal fugleungar i et reir. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

- c) Det observerast to fugleungar i et reir, $Y = 2$. Skriv opp uttrykket for det betinga sannsynet for tre egg i reiret gjeve at det kjem to fugleungar i reiret, $P(X = 3|Y = 2)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Det er noko tvil knytta til observasjonen av antal fugleungar, men ein kan fastslå at $Y \geq 2$. Skriv opp uttrykket for det betinga sannsynet for tre egg i reiret gjeve at det kjem to eller fleire fugleungar i reiret, $P(X = 3|Y \geq 2)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Oppgåve 2 Sandsteinsegenskapar

Svara på alle spørsmål skal først gjevast i sannsynsnotasjon før talverde setjast inn og talsvar reknast ut.

Ein hovudfagsstudent studerer porøsitet i sandsteinsprøver. Studenten antar at porøsiteten i prøvene, X , er normalfordelt $N(\mu_X, \sigma_X)$ med forventning $\mu_X = 0.28$ og standard avvik $\sigma_X = 0.08$.

- a) Skriv opp uttrykket for sannsynet for at ein vilkårleg porøsitetsobservasjon er større enn 0.30, $P(X > 0.30)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Skriv opp uttrykket for sannsynet for at porøsiteten ligg mellom 0.20 og 0.32, $P(0.20 < X < 0.32)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

- b) Skriv opp uttrykket for sannsynet for at porøsiteten er større enn 0.30 gjeve at porøsiteten er mellom 0.20 og 0.32, $P(X > 0.30 | 0.20 < X < 0.32)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar. Skriv opp uttrykket for det verde x som er slik at det er sannsyn 0.8 for at porøsitetsobservasjonen er mindre enn x , $P(X < x) = 0.8$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Det gjerast to uavhengige porøsitetsobservasjoner på steinprøver av ulik størrelse, og observasjonene kallast X_1 og X_2 . Begge observasjonene antas å vera normalfordelt $N(\mu_X, \sigma_X)$ som over.

- c) Betrakt eit veid snitt av observasjonene:

$$Y = 0.4X_1 + 0.6X_2$$

Spesifiser sannsynsfordelinga for Y . Grunngjev svaret. Skriv opp uttrykket for parametrene i sannsynsfordelinga. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Skriv opp uttrykket for korrelasjonen mellom Y og X_1 , $Corr(Y, X_1)$. Set inn talverde og rekn ut talsvar.

Studenten er også oppteken av permeabiliteten i sandprøvene, V , og nyttar fylgjande samanheng til porøsiteten:

$$V = 10^5 X^3$$

- d) Utled sannsynstettheten til V , $f_V(v)$.

Oppgave 3 Bioindikatorer

Svaret på spørsmålet skal først gjevast i sannsynsnotasjon før talverde setjast inn og talsvar reknast ut.

Ein hovedfagsstudent starter samstundes opp eit særst stort antal uavhengige bioforsøk. Resultatet i kvart forsøk er innslag av ein bioindikator etter ei tid som ansjåast som ein stokastisk variabel.

Innslagstidspunkta dei første 24 timane kan ansjåast som ein poissonprosess med forventta antal innslag per time på $\lambda = 5$.

- a) Skriv opp uttrykket for sannsynet for at den tredje bioindikatoren slår inn mellom 30 og 45 minutter etter oppstart. Set inn talverde og rekn ut talsvar.