Løysingsforslag ST1101 Desember 2010

Oppgåve 1

a) Det er $\binom{10}{3} = 120$ mogelege rekkjer dersom rekkjefølgja ikkje betyr noko (720 eller)

$P(\text{Din rekkje vinn}) = \underline{1/120}$

Alle rekkjer har same sannsyn for å bli vinnarrekkje

i: Du må levere inn $120 \cdot 0.3 = 36$ rekkjer for at sannsynet for at du får vinnarrekkja er 0.3

b)

Antall gunstige er $\binom{3}{1}\binom{1}{1}\binom{6}{1} = 18$

$P(\text{Du vinn 3. premie}) = \frac{18}{120} = \underline{0.15}$

Oppgåve 2

Sjå løysingsforslag øving 12 på campus-sida.

Oppgåve 3

a) $M_X(t) = E(e^{tX}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{tk}\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = e^{-\lambda}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda e^t)^k}{k!} = e^{-\lambda}\cdot e^{\lambda e^t} = \underline{e^{\lambda(e^t-1)}}$

$M_X'(t) = e^{\lambda(e^t-1)} \cdot \lambda e^t. \quad M_X'(0) = \lambda \implies E[X] = \underline{\lambda}$

$M_X''(t) = e^{\lambda(e^t-1)} \cdot (\lambda e^t)^2 + \lambda e^t e^{\lambda(e^t-1)}. \quad M_X''(0) = \lambda^2 + \lambda = E[X^2]$

$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \underline{\lambda}$

b)

$$M_Z(t) = E\left[e^{t(X+Y)}\right] = E\left[e^{tX} \cdot e^{tY}\right]$$

X, Y diskret

$$\sum_x \sum_y e^{tx} \cdot e^{ty} P(X=x \cap Y=y) = \sum_x \sum_y e^{tx} \cdot e^{ty} P(X=x) \cdot P(Y=y)$$

$$= \sum_x e^{tx} P(X=x) \cdot \sum_y e^{ty} P(Y=y) = M_X(t)\, M_Y(t)$$ (Tilsv. kontinu- og

c)

$$M_Z(t) = e^{\lambda(e^t-1)} \cdot e^{\mu(e^t-1)} = e^{(\lambda+\mu)(e^t-1)}$$ som er

momentgenererande funksjon til ein Poissonfordelt variabel med parameter $\lambda+\mu$. Dermed er Z Poisson$(\lambda+\mu)$

Oppgåve 4

$F \sim$ hendinga at det blir feilproduksjon

$$P(F) = P(F \cap A) + P(F \cap B) + P(F \cap C)$$

$$= P(F|A) \cdot P(A) + P(F|B) \cdot P(B) + P(F|C) \cdot P(C)$$

$$= 0{,}02 \cdot 0{,}3 + 0{,}03 \cdot 0{,}2 + 0{,}01 \cdot 0{,}5 = \underline{0{,}017}$$

ɔ: $1.7\,\%$

$$P(C|F) = \frac{P(C \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F|C) \cdot P(C)}{P(F)} = \frac{0.005}{0.017} = \underline{\frac{5}{17}}$$