

Interaktiv forelesning - Estimering

1 I Norge er promillegrensen for bilkjøring 0.2. I en kontroll ble en bilfører målt med et måleapparat. Målingene kan antas normalfordelte med $\mu =$ førerens faktiske promille, og $\sigma = 0.044$.

- a) Finn sannsynligheten for at promillemålingen hans havner i intervallet $[0.13, 0.31]$, dersom vi antar at mannens promille er 0.2.
- b) Politiet måler promillen til 0.22. Finn et 95%-konfidensintervall for den faktiske promillen.
- c) Politiet måler på nytt, men nå tar de gjennomsnittet av fem målinger, og får $\bar{x} = 0.22$. Finn et 95%-konfidensintervall den faktiske promillen.

2 Et bilblad tester en ny bil, der motoreffekten påstås å være 150 hestekrefter. Motoreffekten måles i fem uavhengige målinger, som antas normalfordelte. De fem målingene er 147.3, 152.9, 148.1, 149.0 og 150.6 hestekrefter. Finn et 90% konfidensintervall for motoreffekten.

3 Spark i Vei AS leier ut elsparkesykler, og sliter med at sparkesyklene de kjøper har en bestemt produksjonsfeil. Spark Hardt AS, som produserer syklene, påstår at 4% av syklene har feil, men i en test Spark i Vei AS har gjort, hadde hele 12 av 200 sykler feil. Mellomlederne i Spark i Vei AS krangler mye med Spark Hardt AS om hvor stor andel av syklene som har denne feilen.

- a) Finn et 95% konfidensintervall for feilprosenten.
- b) Hvis vi antar at Spark i vei testet flere sykler, men alltid kom fram til den samme feilprosenten, hvor mange sykler måtte de testet dersom Spark Hardts påståtte feilprosent skulle falt utenfor konfidensintervallet?

5 Thomas har arvet en gullbarre etter besteforeldrene sine som han ønsker å selge. Gullbarren er av rent gull og har vekten μ , målt i gram. Før Thomas selger gullbarren ønsker han å sikre seg at han selger den for en korrekt pris og bestemmer seg derfor for å måle vekten til gullbaren på to måter.

Først bruker Thomas sin egen kjøkkenvekt. Han veier gullbarren tjue ganger og tar gjennomsnittet av målingene. Anta at veingene X_i er normalfordelte stokastiske variable med forventningsverdi μ og standardavvik 1 gram.

Deretter går han til en forhandler for å måle vekten profesjonelt. La Y være vekten målt hos forhandleren, og anta at Y er normalfordelt med forventningsverdi μ og standardavvik 0.5 gram. For å estimere den sanne vekten μ til gullbarren vil Thomas sammenligne fire ulike estimatorer

$$\hat{\mu} = Y, \quad \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{20} X_i}{20}, \quad \hat{\mu} = \frac{1}{2} \left(Y + \frac{\sum_{i=1}^{20} X_i}{20} \right) \quad \text{og} \quad \hat{\mu} = \frac{Y + \sum_{i=1}^{20} X_i}{21}.$$

Hvilken av disse bør han velge?

T Vis at utvalgsvariansen

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

er en forventningsrett estimator for σ^2 .