

Statistikk for ingeniører

Digital plenumstime - uke 2 (30.08.2021)

Mette Langaas, Institutt for matematiske fag, NTNU

Hvem er med i dag?



Mette Langaas

Trondheim

Koordinator

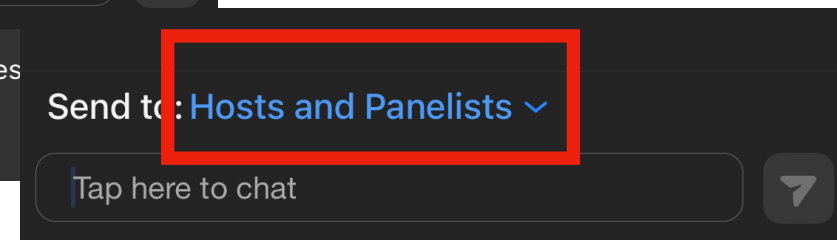
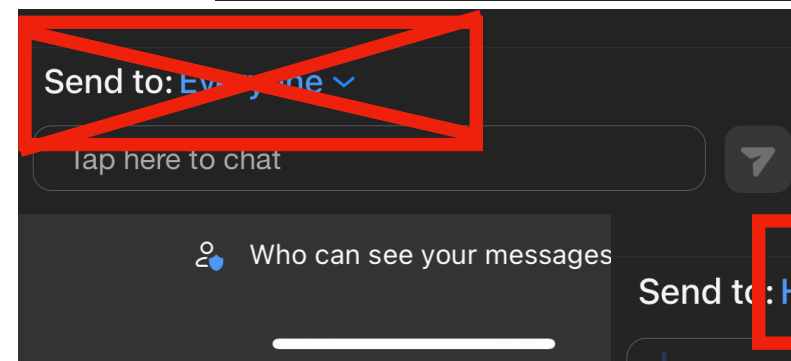
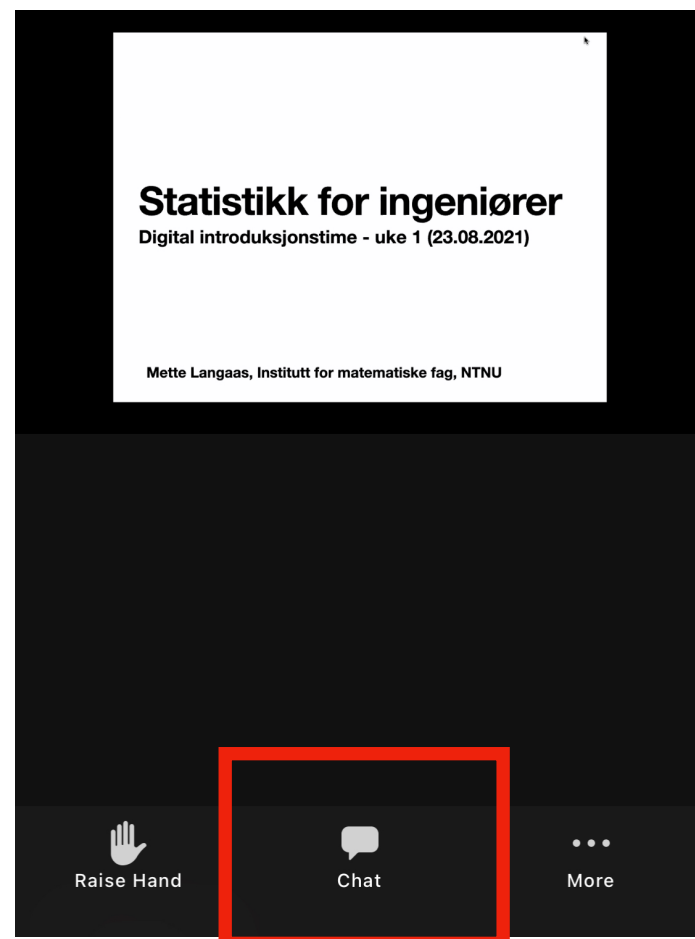


Siebe van Albada

Ålesund

Faglærer

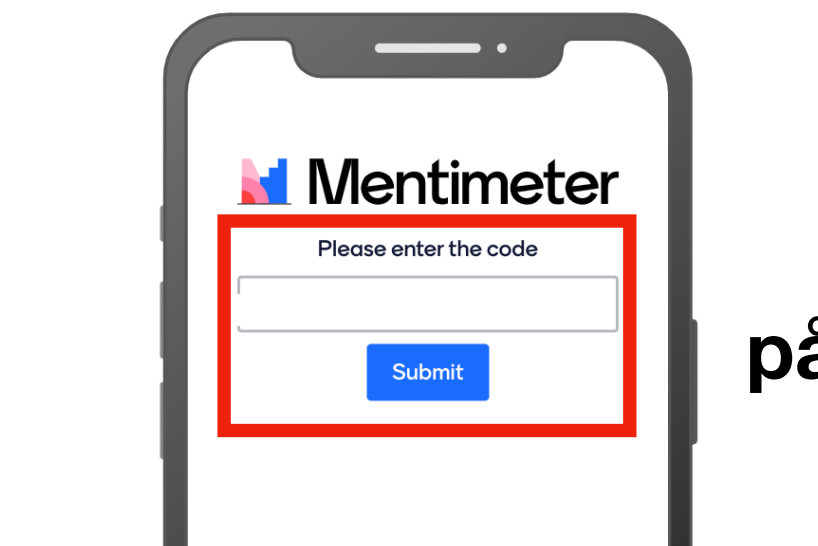
Zoom webinar



Studentrespons ved Mentimeter



Flervalg, tekst, Q&A, ...



Tall-kode –
på topp av slide

Skriv inn koden

Plan for timen

Uke 1: Beskrivende statistikk

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og Q&A

STACK og Python/Jupyter

- Hvorfor, hvordan og Q&A

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hvorfor
- Kjernebegreper
- Ukeplan

Q&A om emnet generelt - noe som er uklart?

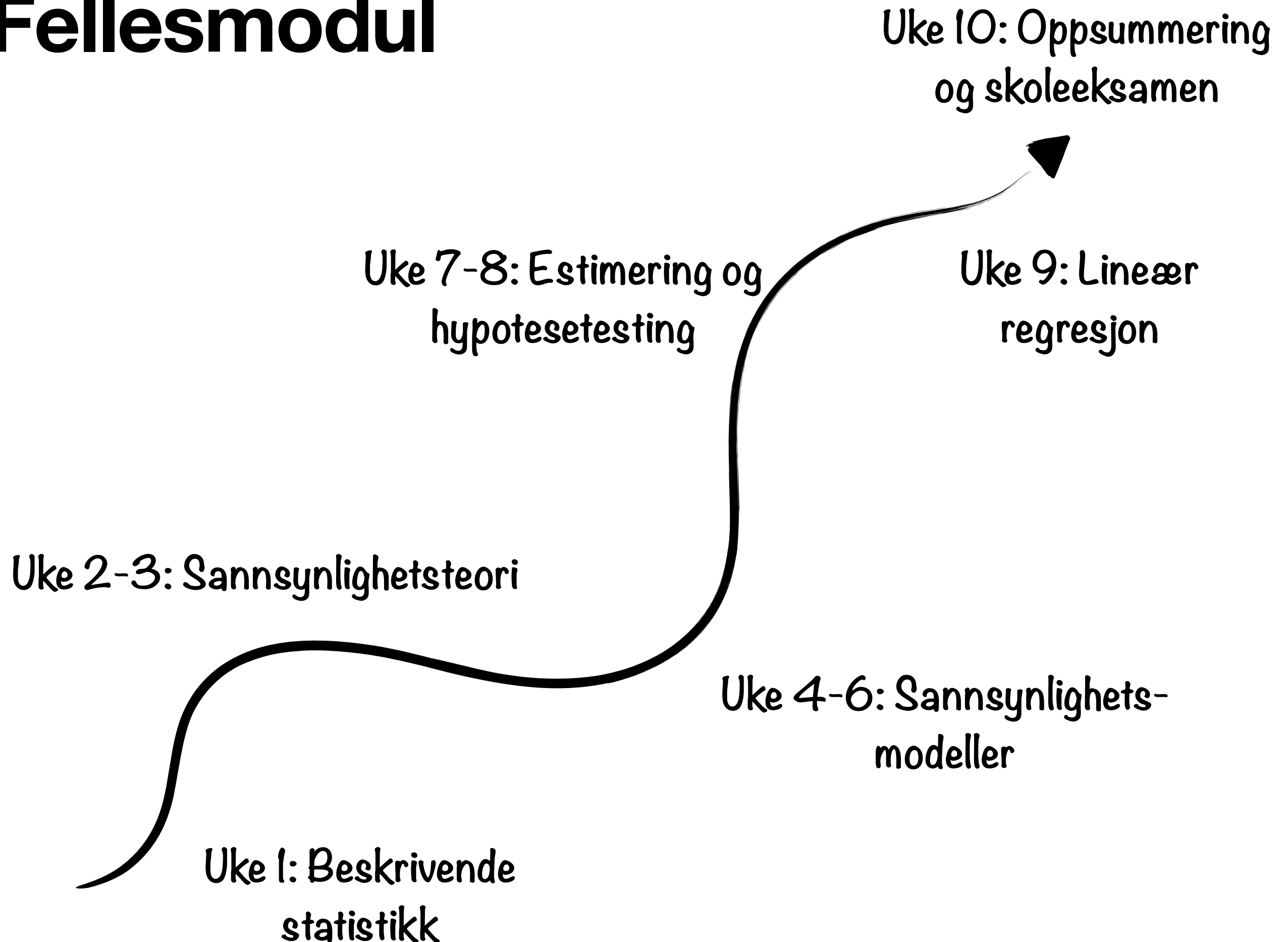
VI TRENGER DEG



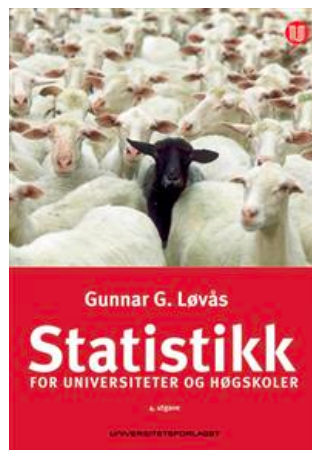
Vi har fått

- en student fra ISTT1002 (takke Helene),
- og vil gjerne ha en student fra **hver de andre emnekodene!**
- Blir du med?
- Si ifra i chaten eller send mail til Mette.Langaas@ntnu.no

Fellesmodul



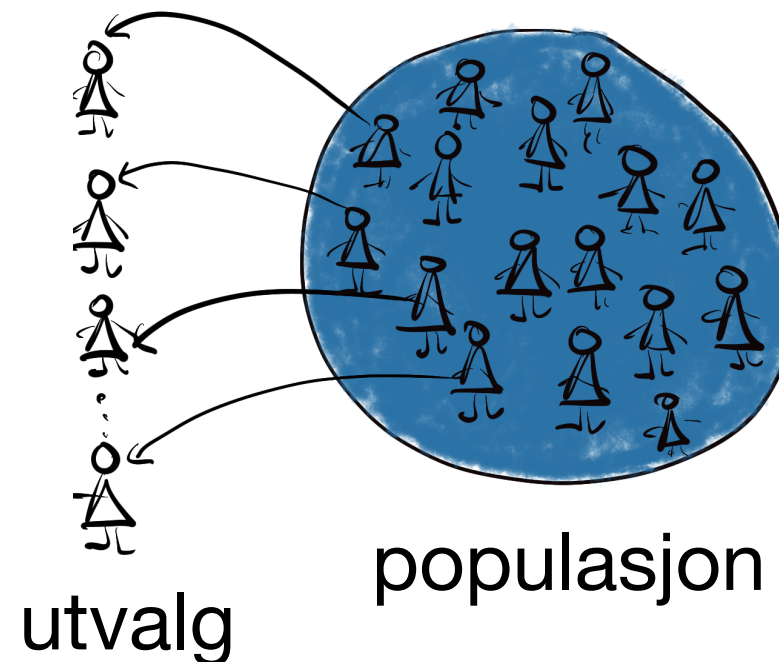
Uke 1



Pensum i
læreboka:
Kapittel 1, 2.1 -
2.5, 7.2, 7.3.2.

temavideoer

campus-
forelesning



Beskrivende statistikk: Sentralmål og spredningsmål

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

1

Gjennomsnitt, median

Standardavvik, kvartilbredde

Beskrivende statistikk: Datatyper og visualisering

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

2

Kategoriske data – stolpediagram

Diskrete data – stolpediagram

Boksplott (kvartiler og uteliggere)

Kontinuerlige data – histogram

Beskrivende statistikk: Minste kvadratsums metode og korrelasjonskoeffisienten

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

3

Kryssplott

Lineær trend: korrelasjonskoeffisient

Lineær regresjon: $y=a+bx$

Minste kvadratsums metode

Formelark og tabeller

Skumle formles?



Formelark og tabeller A↓

Formelark og tabeller er hjelpemidler du får tilgang til på eksamen, og som du skal bruke i øvingsopplegget.



Formelark A↓

Formelark for uke 1 - 9 av fellesmodulen finner du [her](#) A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i binomisk fordeling for utvalgte verdier av n og p A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i poissonfordeling for utvalgte parameterverdier A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i standard normalfordelingen A↓



Kritiske verdier i standard normalfordelingen A↓



Kritiske verdier i t-fordelingen A↓

Sammenslått - Statistikk

ISTX1001 ISTX1002
ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3
Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Fagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser

Formelark

1 Beskrivende statistikk

Gjennomsnitt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Empirisk varians

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Empirisk standardavvik

$$s = \sqrt{s^2}$$

Empirisk korrelasjon

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Minste kvadratsums rette linje $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

2 Hendelser og sannsynlighet

Addisjonsregelen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Total sannsynlighet La hendelsene $A_1, A_2, \dots, A_n$ danne en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$$

2.1 Urnemodeller

En urne inneholder n kuler. Antall mulige trekninger av r kuler er:

1. Ordnet utvalg, trekning med tilbakelegging

$$n^r$$

2. Ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3. Ikke-ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

3 Stokastiske variabler

3.1 Diskret

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} P(X = t)$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \sum_x x \cdot P(X = x)$$

Varians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \sum_x (x - \mu_x)^2 \cdot P(X = x)$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.2 Kontinuerlig

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Varians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) dx$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.3 Kovarians og korrelasjon

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)) = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

$$\text{Korrelasjonskoeffisient: } \rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \text{ dersom } X \text{ og } Y \text{ er uavhengige.}$$

1 Beskrivende statistikk

Gjennomsnitt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Empirisk varians

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Empirisk standardavvik

$$s = \sqrt{s^2}$$

Empirisk korrelasjon

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Minste kvadratsums rette linje $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

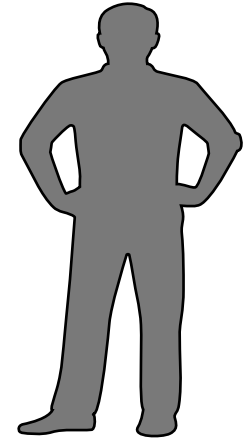


I STACK-øving 1 har dere lært dere å regne ut disse (kvadrat)summene – fremover blir disse oppgitt!

1 Beskrivende statistikk

Gjennomsnitt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$



Empirisk varians

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Gjennomsnittlig kvadrat-avvik fra gjennomsnittet

Empirisk standardavvik

$$s = \sqrt{s^2}$$

Empirisk korrelasjon

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Minste kvadratsums rette linje $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Over til Mentimeter

Gå til www.menti.com og skriv inn tallkode!

WHY DO WE CARE

ABOUT STANDARD DEVIATION?

memegenerator.net

Plan for timen

Uke 1: Beskrivende statistikk

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og Q&A

STACK og Python/Jupyter

- Hvorfor, hvordan og Q&A

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hvorfor
- Kjernebegreper
- Ukeplan

Q&A om emnet generelt - noe som er uklart?

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Fagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser

STACK-øving

over til stack.math.ntnu.no!

STACK-ØVING 1?

I NAILED IT!

Plan for timen

Uke 1: Beskrivende statistikk

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og Q&A

STACK og Python/Jupyter

- Hvorfor, hvordan og Q&A

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hvorfor
- Kjernebegreper
- Ukeplan

Q&A om emnet generelt - noe som er uklart?

Læringsutbytte

Kunnskap (fellesdel)

Kandidaten kjenner til de grunnleggende ideene i sannsynlighetsregning og statistikk.

Kandidaten har kunnskap om enkle statistiske modeller og prosesser ofte brukt innen eget fagfelt og **forstår forutsetningene for disse.**

Kandidaten er kjent med hvordan statistikk kan anvendes på en helhetlig måte, dvs. hvordan statistikk er et nødvendig verktøy for innsamling av data, **og for å beskrive** og evaluere resultater.

Videre har kandidaten kunnskap om de vanligste metodene som brukes for å trekke slutninger om en prosess eller **populasjon basert på uavhengige forsøk og tilfeldige utvalg.**

Læringsutbytte

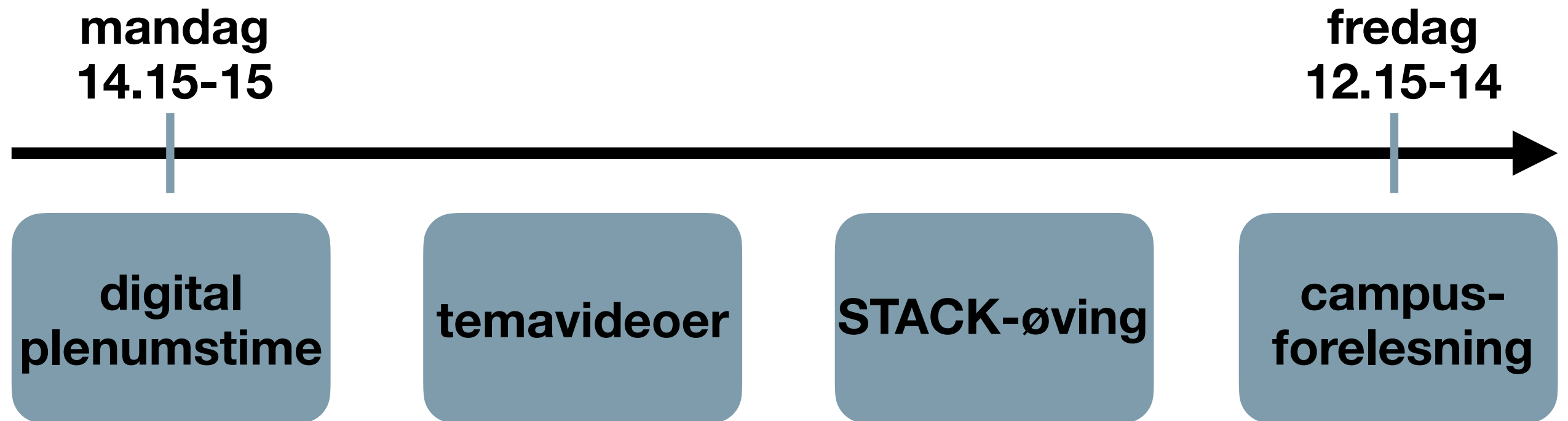
Ferdigheter (fellesdel)

Kandidaten kan

- presentere og forklare viktige egenskaper til et datamateriale ved bruk av oppsummerende størrelser, tabeller og figurer
- regne på sannsynlighet for hendelser og betinget sannsynlighet, blant annet ved å ta i bruk kombinatorikk, stokastiske variabler, de mest sentrale sannsynlighetsmodellene (f.eks. binomisk, poisson-, eksponential- og normalfordeling) og sentralgrenseteoremet
- gjennomføre enkle statistiske analyser slik som å estimere parametere, beregne konfidensintervall, foreta ett-utvalgs hypotesetester og utføre beregninger knyttet til korrelasjon og enkel lineær regresjon
- anvende statistiske prinsipper og begreper innen eget fagfelt
- benytte Python eller lignende beregningsverktøy til å utføre nødvendige statistiske beregninger

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

30. august – 3. september



Kompetansemål Matematikk R1

<https://www.udir.no/kl06/MAT3-01/Hele/Kompetansemaal/matematikk-r1>

Før 2020-revisjonen: Kombinatorikk og sannsynlighet

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- gjøre rede for begrepene uavhengighet og betinget sannsynlighet, og utlede og anvende Bayes' setning på to hendelser
- drøfte kombinatoriske problemer knyttet til ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og bruke dette til å utlede regler for beregning av sannsynlighet

Dette er akkurat det vi skal gjøre i uke 2!

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet



Introduksjon A↓

Velkommen til andre undervisningsuke!

1. Du starter uka med å følge den digitale plenumsforelesningen som zoom-webinar mandag 30. august kl 14.15-15.00 (se info under).
2. I løpet av uka skal du se tre temavideoer. Disse finner du i Panopto, se lenke til mappe under.
3. På Jupyter-hubben s.ntnu.no/isthub finner du de to notatbøkene du trenger du for å gjøre ukas øving i STACK: stack.math.ntnu.no
4. Du får hjelp med øvingen i øvingsveiledningen (se din tid under din campus) eller ved å stille spørsmål i forumet <https://mattelab.math.ntnu.no/> under
5. Campusforelesning er på fredag 03.09 kl 12.15-14.00 (se sted under din campus). Husk at du må se på temavideoene (og/eller lese de relevante k
6. Husk at innleveringsfristen for STACK øving 1 er fredag 03.09 kl 23.59 - og at du må ha minst 8 av 10 poeng for å få øvingen godkjent, fristen for ø



Digital plenumstime A↓

Zoom-webinar mandag 30. august kl 14.15-15.00.

Zoom webinar lenke <https://NTNU.zoom.us/j/99568542340?pwd=aGU2MUFPZzE0VFJ0b2ZUT2tLZU9pZz09>

Ved behov: Meeting ID: 995 6854 2340 og Passcode: 607831

Vi vil bruke mentimeter (studentresponssystem) i zoom webinarret, og det deltar du på underveis ved å gå til www.menti.com og skrive inn en kode som vis

Video fra timen finner du i [denne mappen](#)

Slides fra timen: KOMMER ETTER TIMEN [DigIntroUke2handout.pdf](#)



Pensum i læreboka A↓

Kapittel 3.

Anbefalte oppgaver: Oppgave 3, 6, 12, 13, 15, 18, 28, og 30 [Løsningsforslag](#) A↓



Temavideoer A↓

For temaet *Hendelser og sannsynlighet* har vi tre temavideoer som ligger i denne [Panopto-katalogen](#)

1. Introduksjon til hendelser og sannsynlighet ([pdf](#) A↓)
2. Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk ([pdf](#) A↓)
3. Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser ([pdf](#) A↓)



Kjernebegreper A↓

Alt som undervises denne uka er pensum i Matematikk R1 i videregående skole (før revisjonen i 2020).

Sammenslått - Statistikk

ISTX1001 ISTX1002

ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3

Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Fagteam og referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Prøveeksamen og eksamensforberedelser

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurserFagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
TrondheimISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaverPrøveeksamen og
eksamensforberedelserKjernebegreper

Alt som undervises denne uka er pensum i Matematikk R1 i videregående skole (før revisjonen i 2020).

Video 1: Hendelser og sannsynlighet

Et stokastisk forsøk er en samlebetegnelse på situasjoner der ulike ting kan skje, og der utfallet er underlagt tilfeldigheter. Utfallsrommet består av alle mulige enkeltutfall, og hendelser er mengder av enkeltutfall. Vi ser på operasjoner på hendelser (komplement, snitt og union) og definerer disjunkte hendelser.

Vi definerer sannsynlighet for hendelser som en matematisk funksjon P tar som input en hendelse og som gir oss et tall på hvor sannsynlig denne hendelsen er. Det finnes ulike framer for å definere sannsynlighet, men de er alle likegyldige. Vi vil bruke den som er mest intuitiv og som gir oss mange nyttige regneregler!

- Stokastisk forsøk
- Utfallsrom (S)
- Hendelser ($A, B, C, \dots$)
- Komplement, snitt og union av hendelser
- Disjunkte hendelser
- Venndiagram til å vise sammensatte hendelser
- Sannsynlighetsfunksjon P definert for hendelser
- Regneregler for sannsynlighet for sammensatte hendelser: komplementregel, addisjonsregel for union

Video 2: Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk

Den uniforme sannsynlighetsmodellen kan anvendes i situasjoner der alle enkeltutfall i et stokastisk forsøk er like sannsynlige. Sannsynligheten for en hendelse er gitt ved antall gunstige utfall over antall mulige utfall. Dette er en forholdsvis enkel modell, men det kan være litt vrient å telle antall utfall! Derfor introduserer vi ulike telleregler.

- Uniform sannsynlighetsmodell: alle utfall like sannsynlige
- Sannsynlighet for hendelse ved uniform sannsynlighetsmodell: antall gunstige utfall / antall mulige utfall = g/m
- Kombinatorikk: fem telleregler for å finne g og m
- Viktigste regel (for bruk videre i emnet): binomialkoeffisienten for uordnet utvalg uten tilbakelegging nCr (på kalkulatoren)

Video 3: Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser

Ofte er det relevant å regne på sannsynligheten for at en noe skjer, gitt av vi vet at noe annet allerede har skjedd. Vi definerer konseptet betinget sannsynlighet og ser på flere formler for uavhengige hendelser.

- Betinget sannsynlighet: $P(A | B)$. Gitt at A har skjedd, hva er sannsynligheten for at B skjer.
- Multiplikasjonssetningen
- Setningen om total sannsynlighet
- Bayes regel
- Uavhengige hendelser

Se under Eksamen-Formelark og tabeller- Formelark for formlene som dere har oppgitt på eksamen.

STACK-øving nr 2

Innleveringsfristen er fredag 10. september kl 23.59.

Øvingene gjøres i plattformen STACK, www.stack.math.ntnu.no, der du allerede skal være lagt til i emnet ISTx100yH2021 (bruk Feide-innlogging). Har du ikke tilgang til ISTx100yH2021, så kontakt siebe.b.v.albada@ntnu.no

Mer info finner du i egen STACK-fane her på BB.

Se campussidene for informasjon om fysisk veiledning på campus og/eller digital veiledning.

Husk også at du kan stille spørsmål på forumet under øving 2.

Jupyter notatbøker og python-kode

Denne uka får du bruk for to notatbøker fra jupyterhuben (s.ntnu.no/isthub) for å løse ukas øvingsoppgaver. De ligger under Uke2-folderen.

1. personbiler.ipynb (denne brukte vi også på øving 1 i Uke 1)
2. bursdagsproblemet.ipynb I denne notatboken bruker vi simuleringer (gjerne kalt Monte Carlo simulering) for å komme frem til sannsynligheter for hendelser under gitte anta

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Referansegruppe

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

STACK-øvinger

Fysisk veiledning:

Ålesund

Sted: Fogdegården (trolig)

Tid: fredager 14.15-16.00

Trondheim 1001/3

Sted: S3

Tid: torsdager 12.15-14.00

Gjøvik

Sted: A-atriet

Tid: onsdager 16.15-18.00

Trondheim 1002

Sted: R7

Tid: torsdager 12.15-14.00

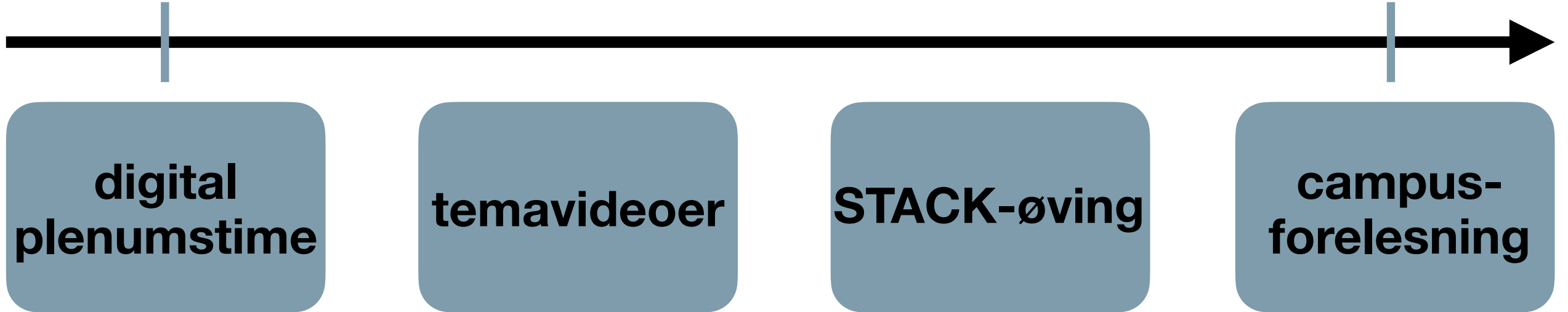
Digitalt forum: mattelab.math.ntnu.no

- Vårt forum heter: ISTx100y Statistikk for ingeniører
- underforum for hver øving
- du kan poste anonymt hvis du vil,
- du kan svare på andres spørsmål

Uke 2

**mandag
30.08
14.15-15**

**fredag
03.09
12.15-14**



Øving 1 har innleveringsfrist fredag 03.09 kl 23.59

Øving 2 har fredag 10.09 kl 23.59

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Fagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser



Campusforelesning

Campusforelesningene er på fredager kl 12.15-14.00.

Se Campussidene for sted og plan!



Noen tidligere eksamensoppgaver (med LF)

Oppgavene og løsningsforslag finner du fra "Tidligere eksamensoppgaver"

TALM1005: Nov 19: 1a, 1e, Mai 19: 1, 2, Nov 18: 1, Mai 18: 1, Des 17: 1a, b, Juni 17: 1a, c



Relevante ressurser fra NDLA: Matematikk R1

Matematikk R1 - NDLA

Kvalitetssikrede fritt tilgjengelige nettbaserte læremidler for videregående opplæring

Hva kan du om kombinatorikk og sannsynlighetsberegning? - Matematikk for realfag - R1 - NDLA

Her får du en quiz om kombinatorikk og sannsynlighetsberegning.

ndla.no



Hva kan du om produktsetningen for sannsynlighet? Del 2 - Matematikk for realfag - R1 - NDLA

Her får du en quiz om produktsetningen for sannsynlighet.

ndla.no



Uke 2

fredag
12.15-14

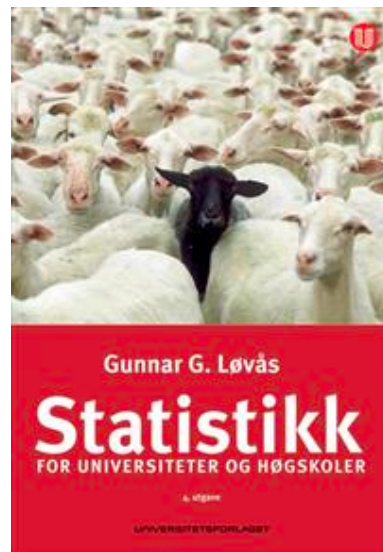


campus-
forelesning

Husk å se temavideoene
(og/eller lese de relevante
kapitlene i læreboka) **før**
du kommer i
campusforelesningen.

Se også på **planen for
timen** på Blackboard
under din campus!

Uke 2



Pensum i læreboka: Kapittel 3

temavideoer

Hendelser og sannsynlighet

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

1

Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

2

Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser

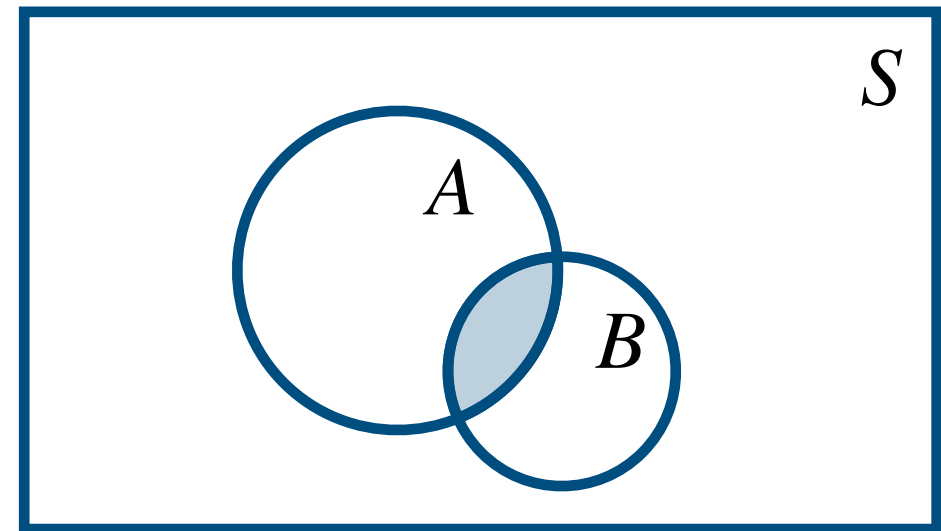
Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

3

Hendelser og sannsynlighet

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

1



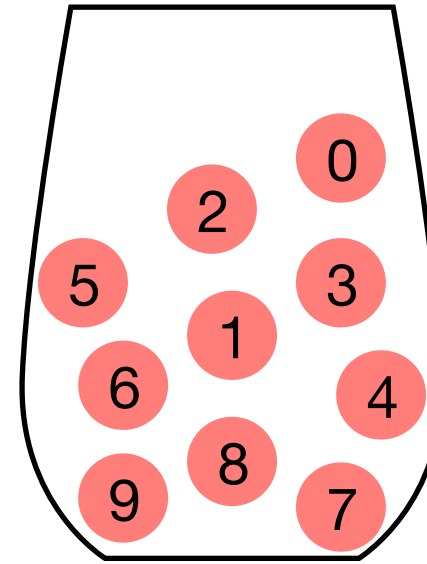
Skravert: Snittet $A \cap B$

- Stokastisk forsøk
- Utfallsrom (S)
- Hendelser (A, B, C, ...)
- Komplement, snitt og union av hendelser
- Disjunkte hendelser
- Venndiagram til å vise sammensatte hendelser
- Sannsynlighetsfunksjon P definert for hendelser
- Regneregler for sannsynlighet for sammensatte hendelser: komplementregel, addisjonsregel for union

Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

2



- Uniform sannsynlighetsmodell: alle utfall like sannsynlige
- Sannsynlighet for hendelse ved uniform sannsynlighetsmodell: $\text{antall gunstige utfall} / \text{antall mulige utfall} = g/m$
- Kombinatorikk: telleregler for å finne g og m
- Viktigste regel (for bruk videre i emnet): binomialkoeffisienten for uordnet utvalg uten tilbakelegging nCr (på kalkulatoren)

2.1 Urnemodeller

En urne inneholder n kuler. Antall mulige trekninger av r kuler er:

1. Ordnet utvalg, trekning med tilbakelegging

$$n^r$$

2. Ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3. Ikke-ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

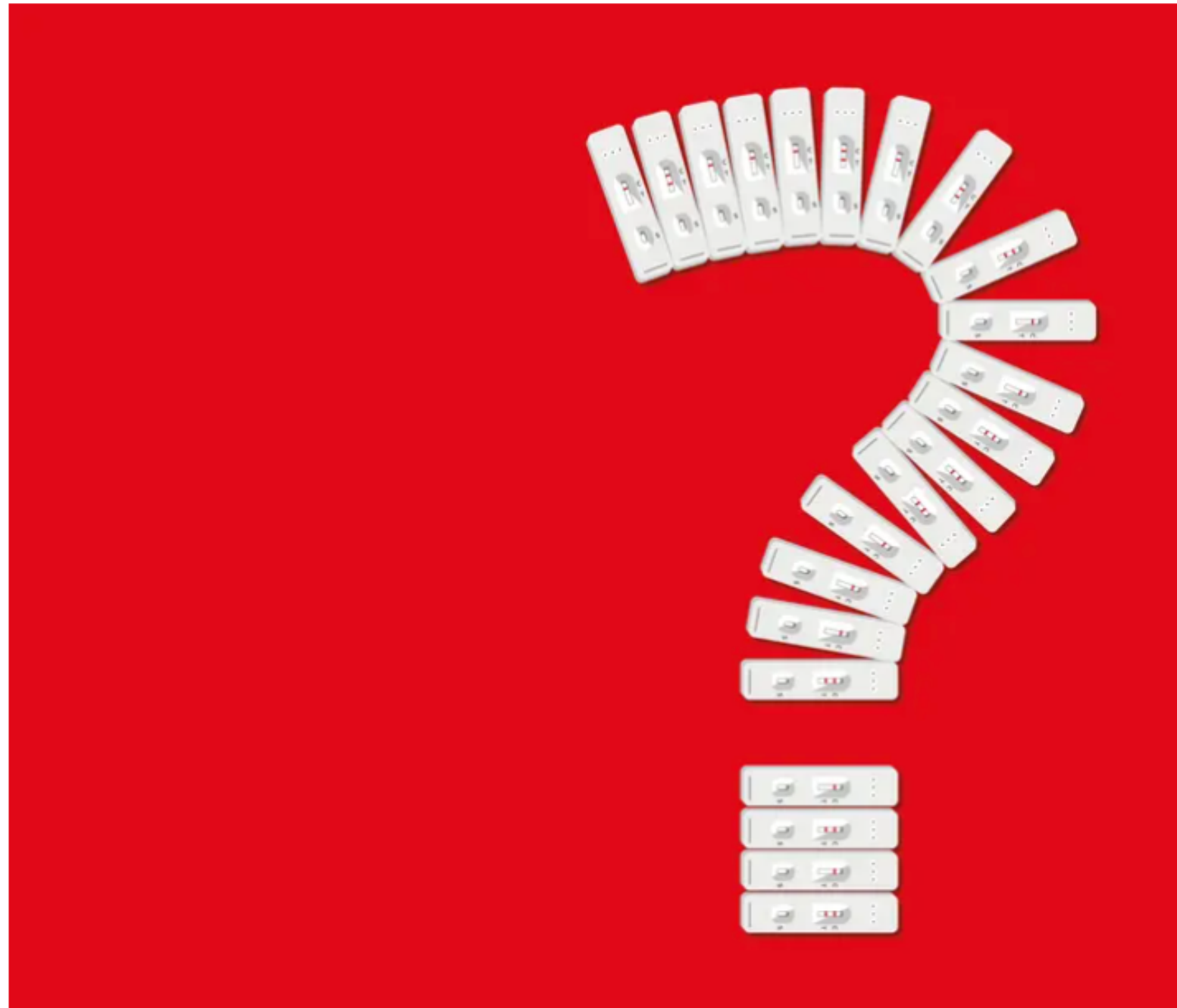
Tom Chivers

Sun 18 Apr 2021 07.00 BST



613

The obscure maths theorem that governs the reliability of Covid testing



▲ Illustration: Paul Tansley/The Observer

There's been much debate about lateral flow tests – their accuracy depends on context and the theories of a 18th-century cleric

- [Coronavirus – latest updates](#)
- [See all our coronavirus coverage](#)

Maths quiz. If you get a positive result on a Covid test that only gives a false positive one time in every 1,000, what's the chance that you've actually got Covid? Surely it's 99.9%, right?

<https://www.theguardian.com/world/2021/apr/18/obscure-maths-bayes-theorem-reliability-covid-lateral-flow-tests-probability>

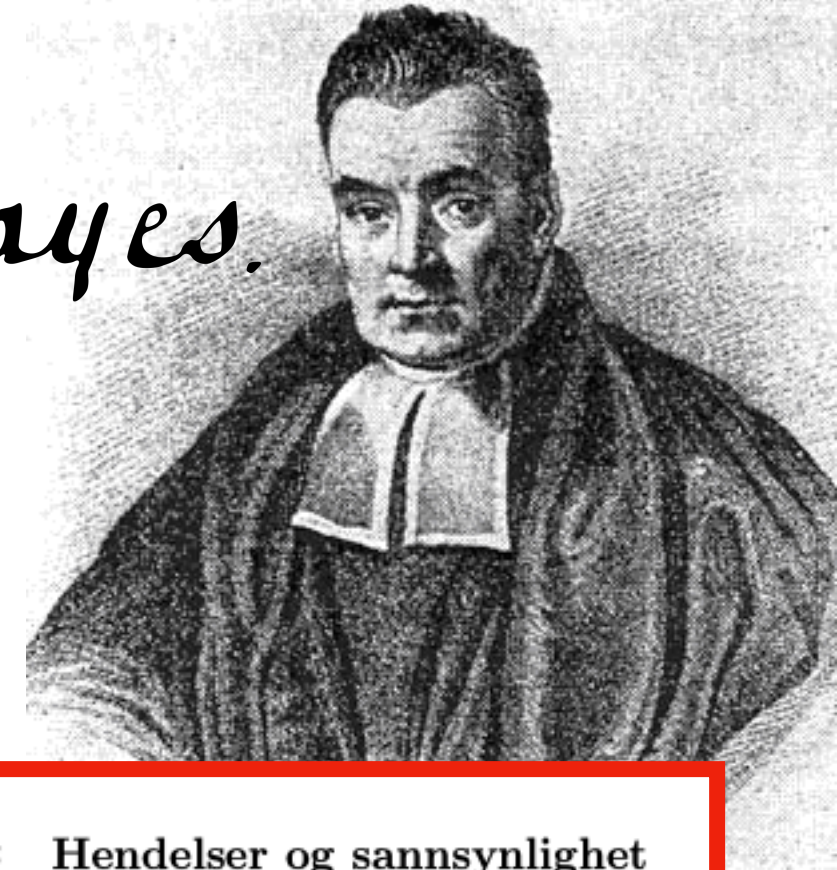
Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

3

- Betinget sannsynlighet: $P(A | B)$. Gitt at A har skjedd, hva er sannsynligheten for at B skjer.
- Multiplikasjonssetningen
- Setningen om total sannsynlighet
- Bayes' regel
- Uavhengige hendelser

T. Bayes.



2 Hendelser og sannsynlighet

Addisjonsregelen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Total sannsynlighet La hendelsene $A_1, A_2, \dots, A_n$ danne en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$$

Plan for timen

Uke 1: Beskrivende statistikk

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og Q&A

STACK og Python/Jupyter

- Hvorfor, hvordan og Q&A

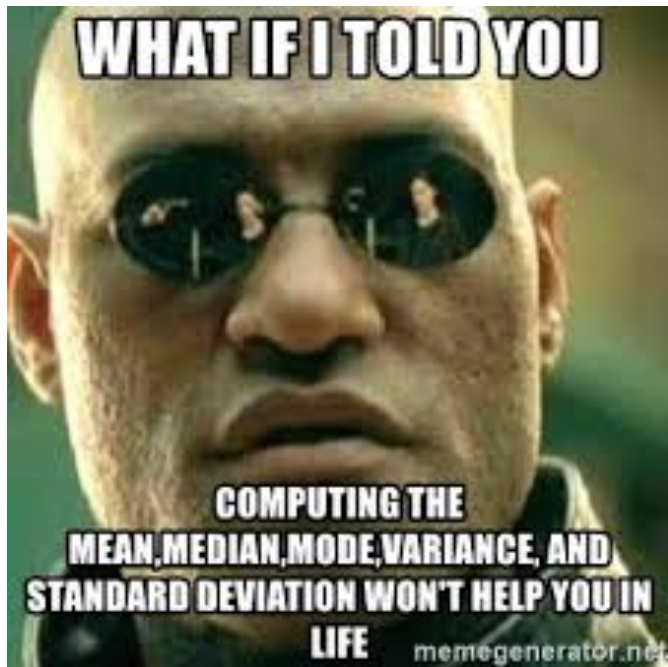
Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hvorfor
- Kjernebegreper
- Ukeplan

Q&A om emnet generelt - noe som er uklart?

Studentpanel

- Vi har ansatt 10 studenter i et studentpanel
 - De skal vurdere innholdet i emnet (læringsressurser, oppgaver, eksempler m.m.) underveis i semestret.
 - Fokus er på RELEVANS opp mot egen studieretning!
- Christoffer Bolstad: BIBYGG i Trondheim
 - Emma Galguften: FTHINGLOG i Trondheim
 - Emma Rønningstad: BDIGSEC i Gjøvik
 - Erik Tokle: BIFOREN i Ålesund
 - Ivar Andre Sande: FTHINGMAT i Trondheim
 - Kari Anne Bakke: BIBYGG i Ålesund
 - Oscar H. R. Langfoss: FTHINGMAT i Trondheim
 - Sander Grødal: BIMASKIN i Trondheim
 - Sigurd Berre: BIFOREN i Trondheim
 - Uni Umer Burka: BIELEKTRO i Gjøvik



Siste Q&A i Mentimeter

og noe fra chaten?

Forvirret?

Lurer du på noe om emnet?

- Sjekk først Blackboard og se om du finner svar!
- Hvis du ikke finner svaret der så still spørsmål i Koordinator-forumet,
- eller spør på øvingsveiledning,
- eller campusforelesningen!

Hvis det er ubesvarte spørsmål fra i dag, blir de besvart enten i Blackboard (under annonseringer) eller på Koordinator-forumet!

Takk for oppmøtet og ha en fin uke!