

Statistikk for ingeniører

Digital plenumstime - uke 3 (06.09.2021)

Mette Langaas, Institutt for matematiske fag, NTNU

Hvem er med i dag?



Mette Langaas

Trondheim

Koordinator

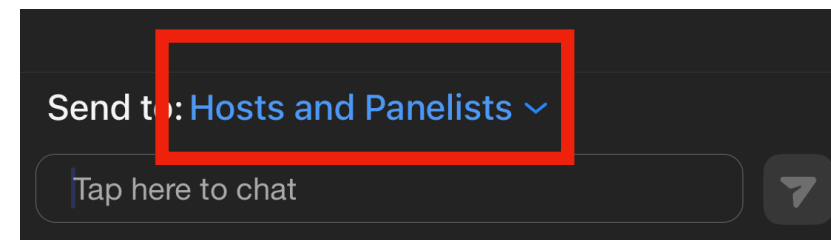
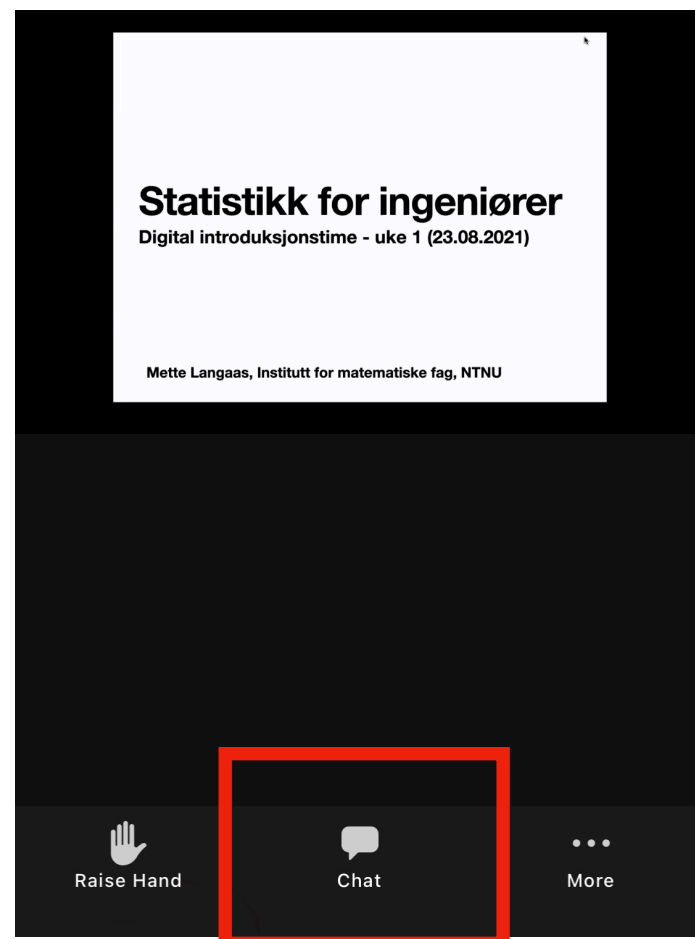


Siebe van Albada

Ålesund

Faglærer

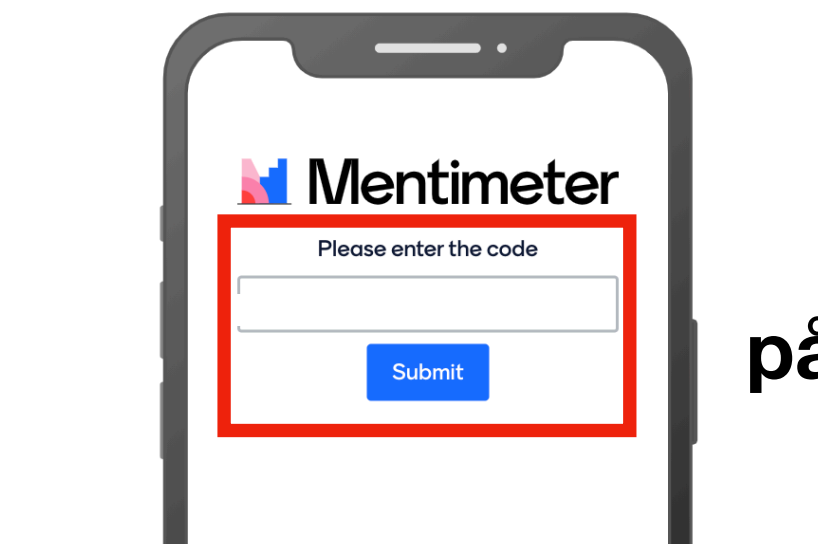
Zoom webinar



Studentrespons ved Mentimeter

Flervalg, tekst, ...

Gå til
www.menti.com



Tall-kode –
på topp av slide

Skriv inn koden

Plan for timen

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og spørsmål fra chat

STACK og forumet

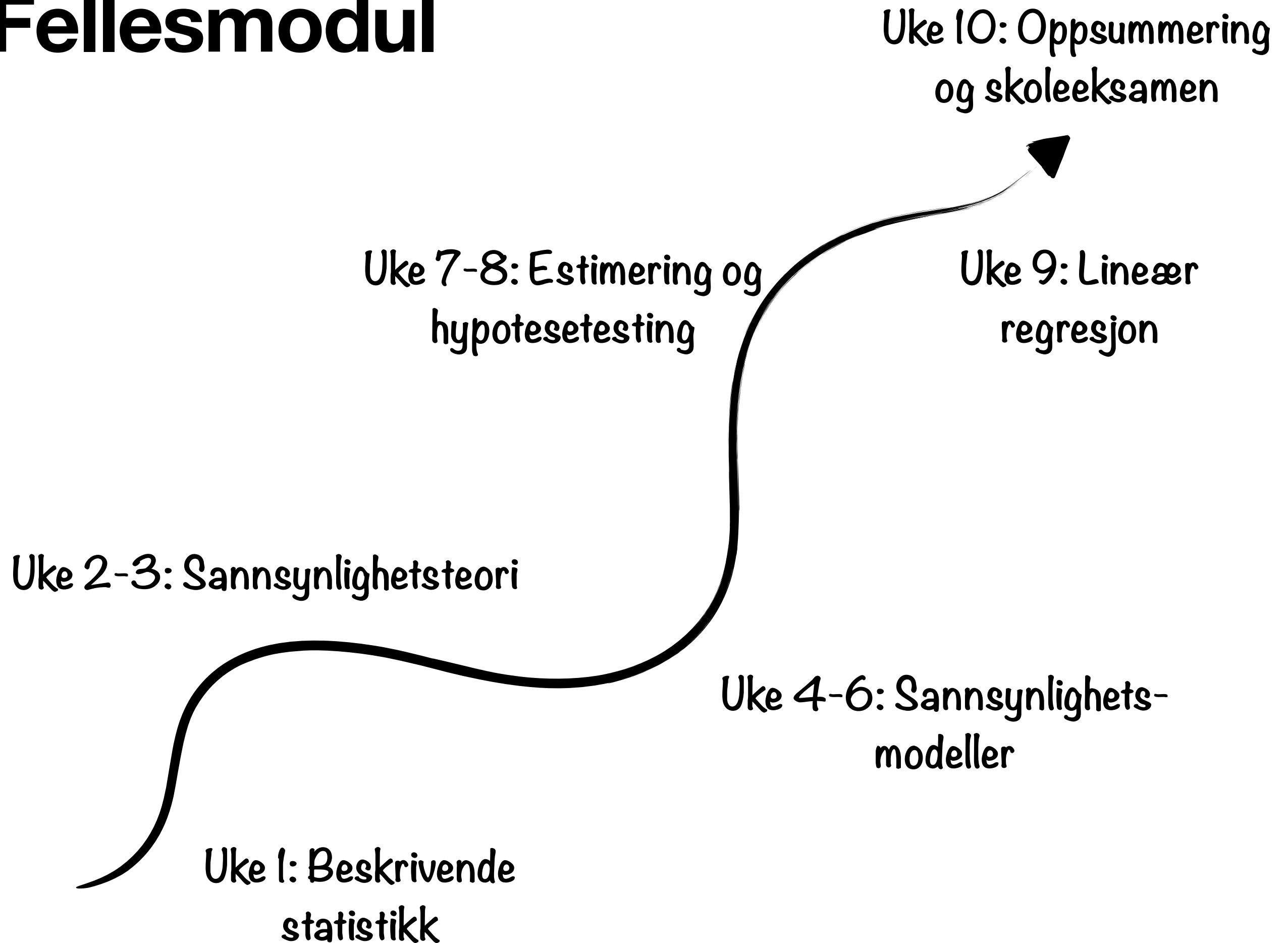
- Hvordan mener vi du skal bruke notatboken for Øving 2, oppgave 6? Hva er egentlig stokastisk simulering
- Søkefunksjon på forumet

Uke 3: Stokastiske variabler

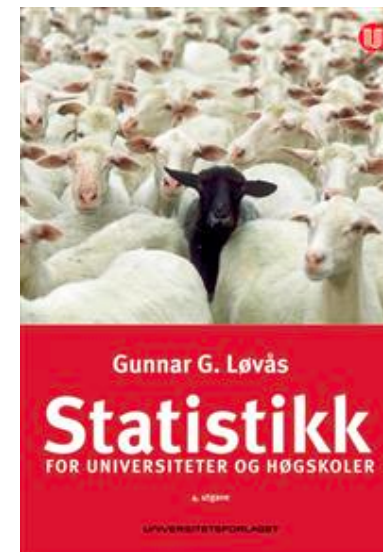
- Kjernebegreper
- Ukeplan

Gi noen beskjeder og svare på spørsmål fra chat

Fellesmodul



Uke 2 : Hendelser og sannsynlighet



Pensum i
læreboka:
Kapittel 3

Hendelser og sannsynlighet

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

1

Forklare hva som menes med stokastiske (tilfeldige) forsøk, utfall, utfallsrom og hendelser, og identifisere disse i gitte situasjoner.

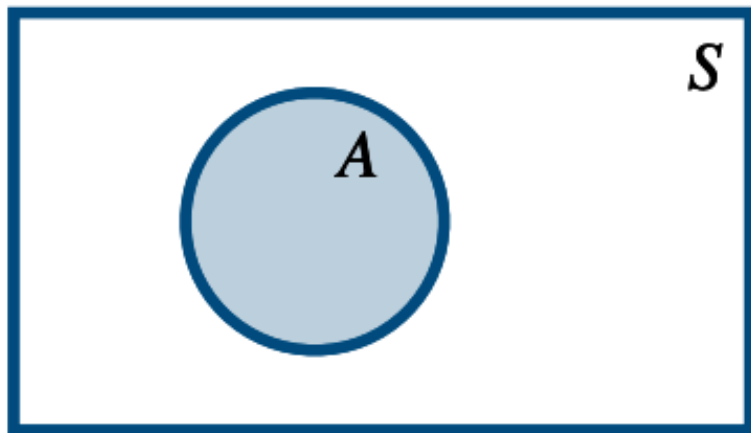
Definere union, snitt og komplement av hendelser, hva som menes med disjunkte hendelser, og regne ut sannsynligheter basert på slike opplysninger.

Definere sannsynlighet ut i fra relativ frekvens og bruke dette til å beregne sannsynligheter i gitte situasjoner.

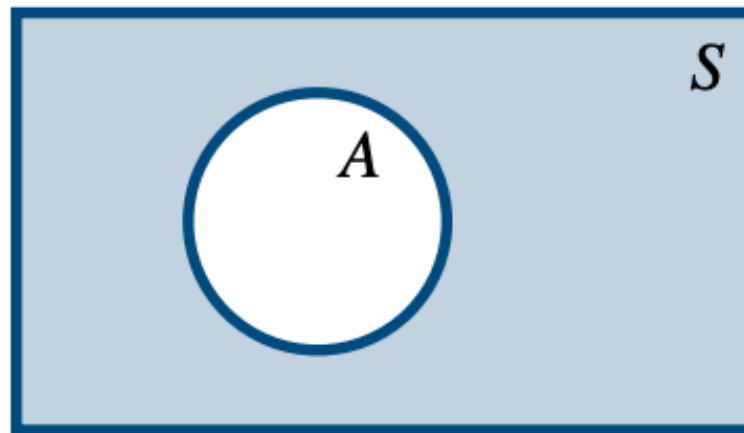
Over til Mentimeter

Mentimeter

Hva er det skraverte området?



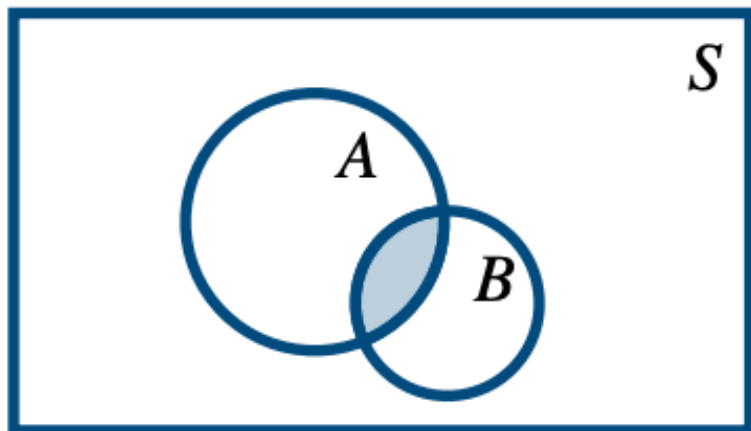
Skravert: Hendelsen A



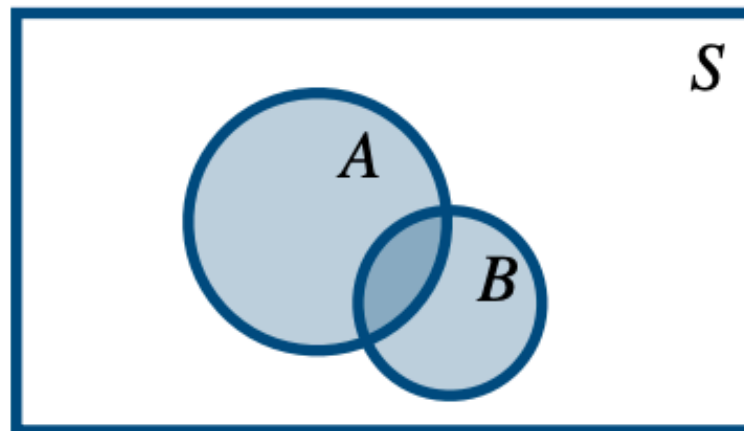
Skravert: Komplementærhende

Mange mulige notasjoner for komplementærhendelse:

$\bar{A}$ **eller** A^c **eller** A'



Skravert: Snittet $A \cap B$



Skravert: Unionen $A \cup B$

**Over til
Mentimeter**

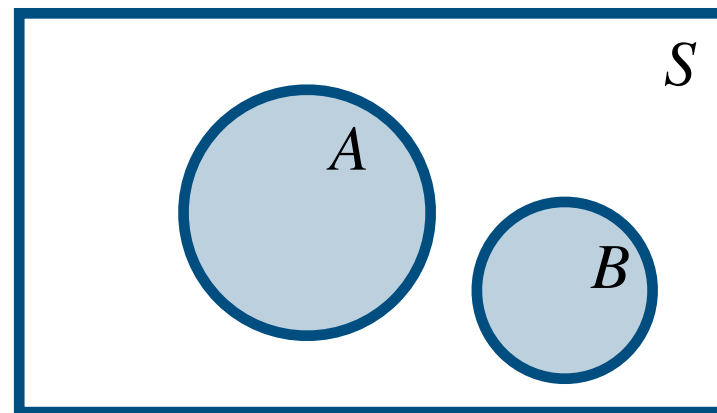
Mentimeter

Når er $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$?

Aldri Når A og B er disjunkte hendelser

Alltid Når A og B er uavhengige hendelser

Generell formel: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



0 hvis snittet er tomt
disjunkt=snittet er tomt

Men, hva er forskjellen på disjunkte og uavhengige hendelser?

Uke 2 : Hendelser og sannsynlighet



Betinget sannsynlighet og uavhengige hendelser

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

3

Definere betingede sannsynligheter og beregne slike i gitte situasjoner.

Definere uavhengighet og bruke regneregler til å avgjøre om hendelser er uavhengige, samt sette opp Bayes regel og bruke den til å beregne betingede sannsynligheter.

Over til Mentimeter

Formelark og tabeller



Formelark og tabeller A↓

Formelark og tabeller er hjelpemidler du får tilgang til på eksamen, og som du skal bruke i øvingsopplegget.



Formelark A↓

Formelark for uke 1 - 9 av fellesmodulen finner du [her](#) A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i binomisk fordeling for utvalgte verdier av n og p A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i poissonfordeling for utvalgte parameterverdier A↓



Tabell: Kumulative sannsynligheter i standard normalfordelingen A↓



Kritiske verdier i standard normalfordelingen A↓



Kritiske verdier i t-fordelingen A↓

Sammenslått - Statistikk

ISTX1001 ISTX1002
ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3
Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Fagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser

Formelark

1 Beskrivende statistikk

Gjennomsnitt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Empirisk varians

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Empirisk standardavvik

$$s = \sqrt{s^2}$$

Empirisk korrelasjon

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Minste kvadratsums rette linje $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

2 Hendelser og sannsynlighet

Addisjonsregelen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Total sannsynlighet La hendelsene $A_1, A_2, \dots, A_n$ danne en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$$

2.1 Urnemodeller

En urne inneholder n kuler. Antall mulige trekninger av r kuler er:

1. Ordnet utvalg, trekning med tilbakelegging

$$n^r$$

2. Ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3. Ikke-ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

3 Stokastiske variabler

3.1 Diskret

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} P(X = t)$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \sum_x x \cdot P(X = x)$$

Varsians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \sum_x (x - \mu_x)^2 \cdot P(X = x)$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.2 Kontinuerlig

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Varsians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) dx$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.3 Kovarians og korrelasjon

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)) = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

$$\text{Korrelasjonskoeffisient: } \rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = 0 \text{ dersom } X \text{ og } Y \text{ er uavhengige.}$$

2 Hendelser og sannsynlighet

Addisjonsregelen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Total sannsynlighet La hendelsene $A_1, A_2, \dots, A_n$ danne en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$$

Hendelser og betinget sannsynlighet er “alltid” med på eksamen

ISTx100yH20

H2020**1 Oppgave 1 [25%]**

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp skann (PDF) av svarene dine.

Ekteparet Pål og Pia jobber med kundeservice i hver sin bedrift. Dersom begge tilfeldigvis får flere enn 50 kundeservicehenndelser i løpet av en arbeidsdag, går de på restaurant etter jobb.

La A være hendelsen at Pål får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen, og la B være hendelsen at Pia får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen. La C være hendelsen at de spiser på restaurant. Vi vet at $P(A) = 0.80$, $P(B) = 0.45$ og $P(A \cup B) = 0.89$.

- a) i. Regn ut sannsynligheten for at Pål og Pia spiser på restaurant.
ii. Er A og B disjunkte? Er A og B uavhengige? Forklar.

- b) Hva er sannsynligheten for at de ikke går på restaurant?

istx100y_kont_202

1 Oppg. 1 [15%]**K2021**

Instruksjoner: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspera. Gje alle talsvar med to desimalar.

Ein fabrikk produsera batteri. Batteria er anten defekte eller ikkje defekte. La A vere hendinga at eit tilfeldig vald batteri er defekt og anta at $P(A) = 0.05$.

- a) Di som vi vilkårleg trekkjer 15 batteri, kva er sannsynet for at 3 av dei er defekte? Skriv talsvaret med to desimalar:

Fabrikken har utvikla ein hurtigtest som kan nyttast for å undersøkje om eit batteri er defekt eller ikkje defekt. Hurtigtesten er ikkje heilt presis, og ein kan dermed ende opp med feil konklusjon. La B vere hendinga at hurtigtesten viser "defekt". Vi antek at $P(B | A) = 0.80$ og at $P(B' | A') = 0.85$.

- b) Kva er sannsynet for at hurtigtesten viser "ikkje defekt" for eit batteri som faktisk er defekt? Skriv talsvaret med to desimalar:

- c) Kva er sannsynet for at eit vilkårleg vald batteri vert hurtigtesta og resultatet av hurtigtesten er "defekt"? Skriv talsvaret med to desimalar:

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

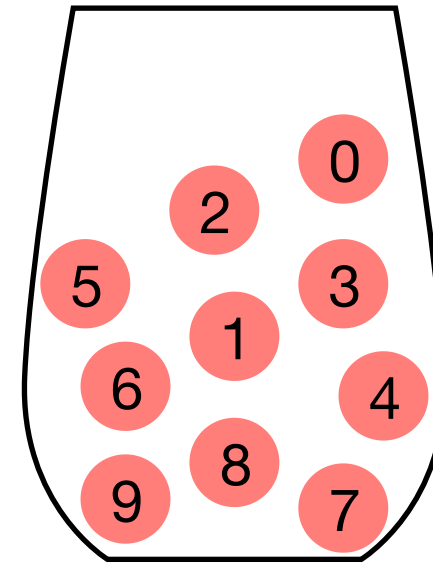
Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaverPrøveeksamen og
eksamensforberedelser

Uke 2 : Hendelser og sannsynlighet



Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

2

Beskrive en uniform sannsynlighetsmodell og definere sannsynlighet ut i fra gunstige/mulige, og bruke dette til å beregne sannsynligheter i gitte situasjoner.

Kjenne til resultater av telleregler (kombinatorikk) for å beregne gunstige og mulige utfall.

Over til Mentimeter

Mentimeter

Når gjelder $P(A) = \frac{\text{antall gunstige utfall for hendelsen A}}{\text{antall mulige utfall}}$?

Formelen gjelder nå vi har en uniform sannsynlighetsmodell = alle mulig utfall er like sannsynlige

Øving 2: oppgave 5, 6, 7, 8 og 9.

Formelark

1 Beskrivende statistikk

Gjennomsnitt

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Empirisk varians

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Empirisk standardavvik

$$s = \sqrt{s^2}$$

Empirisk korrelasjon

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Minste kvadratsums rette linje $y = a + bx$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

2 Hendelser og sannsynlighet

Addisjonsregelen

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Betinget sannsynlighet

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Total sannsynlighet La hendelsene $A_1, A_2, \dots, A_n$ danne en partisjon av utfallsrommet. Da er

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

Bayes regel

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Uavhengige hendelser

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)$$

2.1 Urnemodeller

En urne inneholder n kuler. Antall mulige trekninger av r kuler er:

1. Ordnet utvalg, trekning med tilbakelegging

$$n^r$$

2. Ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3. Ikke-ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

3 Stokastiske variabler

3.1 Diskret

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} P(X = t)$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \sum_x x \cdot P(X = x)$$

Varians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \sum_x (x - \mu_x)^2 \cdot P(X = x)$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.2 Kontinuerlig

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Varians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) dx$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.3 Kovarians og korrelasjon

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)) = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

$$\text{Korrelasjonskoeffisient: } \rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$\text{Cov}(X, Y) = 0$ dersom X og Y er uavhengige.

2.1 Urnemodeller

En urne inneholder n kuler. Antall mulige trekninger av r kuler er:

1. Ordnet utvalg, trekning med tilbakelegging

$$n^r$$

2. Ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

3. Ikke-ordnet utvalg, trekning uten tilbakelegging

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Kombinatorikk/telleregler



Plan for timen

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og spørsmål fra chat

STACK og forumet

- Hvordan mener vi du skal bruke notatboken for Øving 2, oppgave 6? Hva er egentlig stokastisk simulering
- Søkefunksjon på forumet

Uke 3: Stokastiske variabler

- Kjernebegreper
- Ukeplan

Gi noen beskjeder og svare på spørsmål fra chat

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurserFagteam og
referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
TrondheimISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

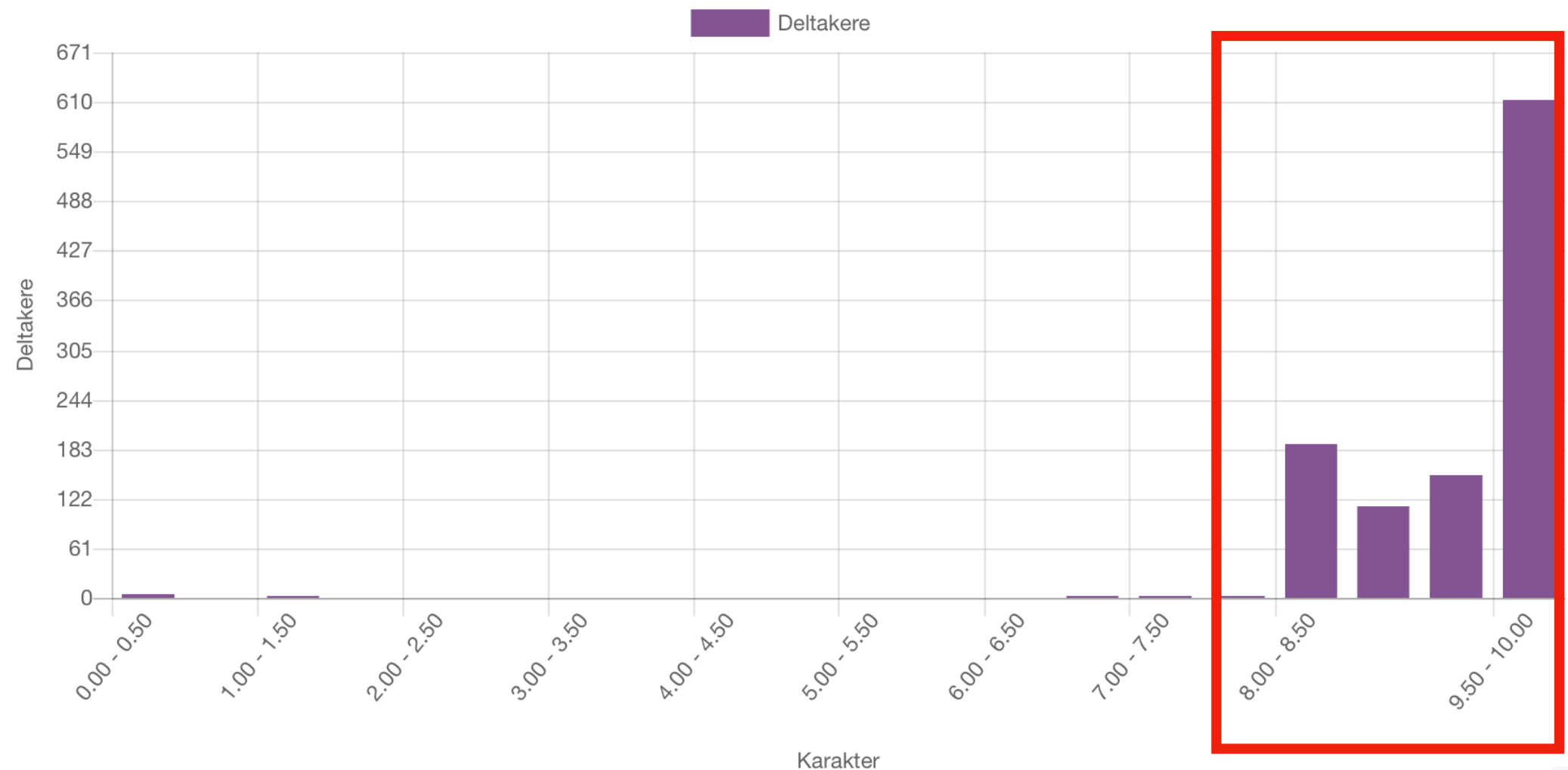
Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaverPrøveeksamen og
eksamensforberedelser

STACK-øving

på stack.math.ntnu.no/!

Stolpediagram med antall studenter fordelt på karakterer

**1065 studenter fikk godkjent øving 1**

Øving 2, oppgave 6

[Tidy STACK question tool](#) | [Question tests & deployed varian](#)

Bursdagsproblemet er en kjent "nøtt" i sannsynlighetsregning og kan utfordre intuisjonen vår for hvor sannsynlig (eller usannsynlig) en hendelse faktisk er.

Et visst antall personer, n , velges ut tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at minst to av dem har bursdag på samme dag? Under visse antagelser kan vi regne ut det eksakte svaret på dette spørsmålet, og noen ganger må vi estimere slike sannsynligheter basert på simulering i Python.

I oppgave a) og b) skal vi anta at for én tilfeldig valgt person er alle datoer i året (365) like sannsynlige å ha som bursdag og uavhengig av de øvrige bursdagene, og dette kan løses eksakt og uten å bruke simulering. Hvis dette blir for store tall for kalkulatoren din så kan du regne ut numerisk svar på Jupyter-nubben. Du må ha lastet inn numpy og så kan du bruke funksjonen `math.factorial`. Konkret: `"import numpy as np"` og så `np.math.factorial(365)` for $365!$ (Du kan selvfølgelig også bruke simulering, se under.)

a) La $n = 41$. Hva er sannsynligheten for at minst to av disse har bursdag på samme dag? Oppgi svaret som et desimaltall med to desimaler, f.eks 0.23 eller 0.70.

b) Hva er det minste tallet på personer, n , som gjør at sannsynligheten for at minst to har bursdag på samme dag er over 0.5? Prøv deg frem med ulike tall for n . Oppgi svaret som et heltall.

Bursdagsproblemet

- 1) Hendelsen A : minst to har bursdag på samme dag. Da blir A^c : ingen har bursdag på samme dag.
- 2) Vi skal regne ut $P(A)$. Er det lettere å regne ut $P(A^c)$ og bruke at $P(A)=1- P(A^c)$?
- 3) Hva er det stokastiske forsøket? Jeg fikk $n=41$.
 - Vi trekker $n=41$ personer tilfeldig, og
 - registrerer bursdagene til alle sammen, f.eks. i tilfeldig rekkefølge (som da blir en del av forsøket), eller i alfabetisk rekkefølge
 - Har hendelsen A^c inntruffet eller ikke?



Bursdagsproblemet

4) Har vi en uniform sannsynlighetsmodell? Hvorfor/hvorfor ikke?

- Alle 365^{41} utfall er like sannsynlige
- hvis vi antar at det er lik sannsynlighet for å ha bursdag på alle 365 dager i året.
- Da har vi en uniform sannsynlighetsmodell.

5) Antall gunstige for A^c :

6) Antall mulige:

7) Vi finner $P(A^c)$ som antall gunstige delt på antall mulige.

8) Og $P(A) = 1 - P(A^c)$

Hva hvis vi vil sjekke svaret vårt ved stokastisk simulering?



Hva er stokastisk simulering?

Vi vil se på stokastisk simulering som å utføre vårt stokastiske forsøk på en datamaskin – for oss i Python i en Jupyter-notatbok.

Vi skal gjenta eksperimentet under $n_sim=1000$ (eller flere) ganger, for $n=41$ personer og $dager=365$ der det er like sannsynlig å ha bursdag hver dag.

Initier en tellevariabel $a=0$ som øker med 1 hvis eksperimentet er en suksess “minst 2 har bursdag på samme dag”.

1. Trekk tilfeldig bursdagen til $n=41$ personer ($1/365$ sannsynlighet hver dag).
2. Sjekk om noen har bursdag på samme dag.
3. Sett $a=a+1$ hvis noen har bursdag på samme dag.

Anslå sannsynligheten som $P(A)=a/n_sim$.

Over til Jupyter-hubben

For oppgave c) og d) skal vi se at vi kan estimere slike sannsynligheter basert på simulering i Python. Notatboken du skal bruke heter *bursdagsproblemet.ipynb* og ligger i jupyterhubben <https://s.ntnu.no/isthub>.

c) I notatboken har vi også skrevet inn en simulering der vi tar hensyn til at ikke alle dager i året er like sannsynlige bursdager. For eksempel blir flere personer født i juli enn i desember. Finn det minste tallet på personer, n , som gjør at sannsynligheten for at minst to har bursdag på samme dag er over 0.5 Oppgi svaret som et heltall. Hint: start med svaret ditt fra b).

d) Basert på ditt svar i oppgave c), hva tenker du om antagelsen som ble gjort i oppgave a) og b), nemlig at for én tilfeldig valgt person er alle datoer i året (365) like sannsynlige å ha som bursdag?

(No answer given)

Over til Jupyter-hubben 

Alt vi trenger å gjøre er å bytte ut vår uniforme sannsynlighetsmodell med en modell der sannsynligheten for å ha bursdag på en gitt dag varierer! Hvordan varierer den?

Søke på mattelab.math.ntnu.no

IMF Digital mattelab

ISTx100y Statistikk for ingeniører ▶

all ▶

all ▼

Latest

Bookmarks

Category

Koordinator

Her kan du stille spørsmål til koordinator Mette. Det kan være faglige spørsmål eller og campusforelesningene stiller du i andre kategorier!

Øving 1

Har du problemer med oppgaver i øving 1? Opprett en tråd her å få veiledning til å løse oppgavene.

Øving 2

Har du problemer med oppgaver i øving 2? Opprett en tråd her å få veiledning til å løse oppgavene.

ISTG100y Gjøvik

Her kan du stille spørsmål til Campusforelesningene til Charles Curry i ISTG1001, ISTG1002 og ISTG1003 i Eureka.

ISTT1001/1003 Trondheim

Her kan du stille spørsmål til Campusforelesningene til Ketil Arnesen i ISTT1001 og ISTT1003 i S6.

ISTA100y Ålesund

Her kan du stille spørsmål til Campusforelesningene til Siebe van Albada i ISTA1001, ISTA1002 og ISTA1003 fredager 12.15-14 i Fogde-gården.

ISTT1002 Trondheim

Her kan du stille spørsmål til Campusforelesningene til John Tyssedal i ISTT1002 i Trondheim. Forelesningene går fredager 12.15-14 i F1.



☒ Search the #ISTx100y Statistikk for ingeniører category

Topics

matlab

☒ Search the #ISTx100y Statistikk for ingeniører category

☒ Excel på eksamen

Koordinator

12d - ...nske fra studieprogrammene at vi bruker dette opplegget. Men, du kan selvfølgelig bruke Excel eller **Matlab** eller andre verktøy når du jobber med øvingene. På eksamen vil du få utskrift fra analyser utført i...

Svar fra spørsmål i chat og Mentimeter fra Digital plenumstime 2, 30.08

Koordinator

6d - ...abeller (begge pdf-i Inspira) og kalkulator. Hva med geogebra på eksamen? Nei, ingen geogebra eller **matlab** eller excel på eksamen. Hvorfor: jo, DIGITAL skoleeksamen i INSPIRA der du har med din PC som låses...

☒ Eksamen

ISTG100y Gjøvik

12d - Er det lov til å bruke **matlab** på eksamen?

1 / month

Plan for timen

Uke 2: Hendelser og sannsynlighet

- Hva må du huske, og forstår du kjernebegrepene?
- Quiz og spørsmål fra chat

STACK og forumet

- Hvordan mener vi du skal bruke notatboken for Øving 2, oppgave 6? Hva er egentlig stokastisk simulering
- Søkefunksjon på forumet

Uke 3: Stokastiske variabler

- Kjernebegreper
- Ukeplan

Gi noen beskjeder og svare på spørsmål fra chat

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurserReferansegruppe og
fagteam

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
TrondheimISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaverPrøveeksamen og
eksamensforberedelser

Uke 3: Stokastiske variabler



Introduksjon

Velkommen til tredje undervisningsuke!

1. Du starter uka med å følge den digitale plenumsforelesningen som zoom-webinar mandag 6.september kl 14.15-15.00 (se info under).
2. I løpet av uka skal du se tre temavideoer. Disse finner du i Panopto, se lenke til mappe under.
3. Denne uke er det ingen Jupyter-notatbøker du trenger for å gjøre øvingen, men vi har laget en notatbok om terningkast og simulering som kan hjelpe med forståelse av sammenhengen mellom forventning og varians til en stokastisk variable og og empirisk gjennomsnitt og varians fra beskrivende statistikk. s.ntnu.no/isthub.
4. Ukas øving i STACK: stack.math.ntnu.no
5. Du får hjelp med øvingen i øvingsveiledningen (se din tid under din campus) eller ved å stille spørsmål i forumet <https://mattelab.math.ntnu.no> underkategori for øving 3.
6. Campusforelesning er på fredag 10.09 kl 12.15-14.00 (se sted under din campus). Husk at du må se på temavideoene (og/eller lese de relevante notatene) før campusforelesningen.
7. Husk at innleveringsfristen for STACK øving 2 er fredag 10.09 kl 23.59 - og at du må ha minst 8 av 10 poeng for å få øvingen godkjent, frist for innlevering er 10.09 kl 23.59.



Digital plenumstime

Zoom-webinar mandag 6.september kl 14.15-15.00.

Zoom webinar lenke <https://NTNU.zoom.us/j/99568542340?pwd=aGU2MUFPZzE0VFJ0b2ZUT2tLZU9pZz09>

Ved behov: Meeting ID: 995 6854 2340 og Passcode: 607831

Vi vil bruke mentimeter (studentresponssystem) i zoom webinarret, og det deltar du på underveis ved å gå til www.menti.com og skrive inn en kode

Plan for timen:

- Kjernebegreper fra uke 2 - kan du dem?
- STACK og Jupyter - hvordan mener vi du skal bruke notatboken for Øving 2, oppgave 6? Er det bare å blindt trykke kjør, eller skal vi gjøre noe med simulering, og er det hva vi gjør her?
- Uke 3: oversikt og noen tips!

Video fra timen finner du i [denne mappen](#)Slides fra timen: KOMMER ETTER TIMEN [DigIntroUke3handout.pdf](#)

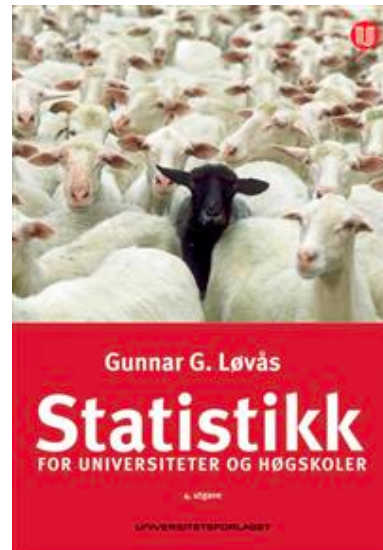
Pensum i læreboka

Kapittel 4. Anbefalte oppgaver i kapittel 4: 2, 5, 6, 10, 15, 19 og 25. [Løsningsforslag](#)

Temavideoer

Uke 3: Stokastiske variabler

6. -10. september



Pensum i
læreboka:
Kapittel 4

mandag
14.15-15

fredag
12.15-14

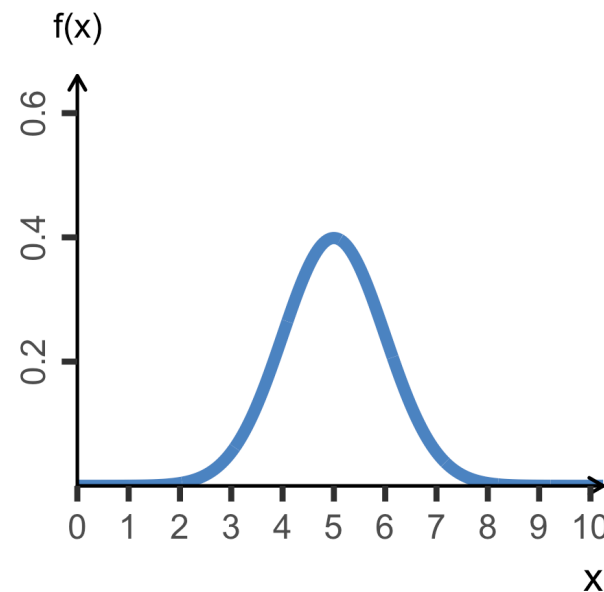
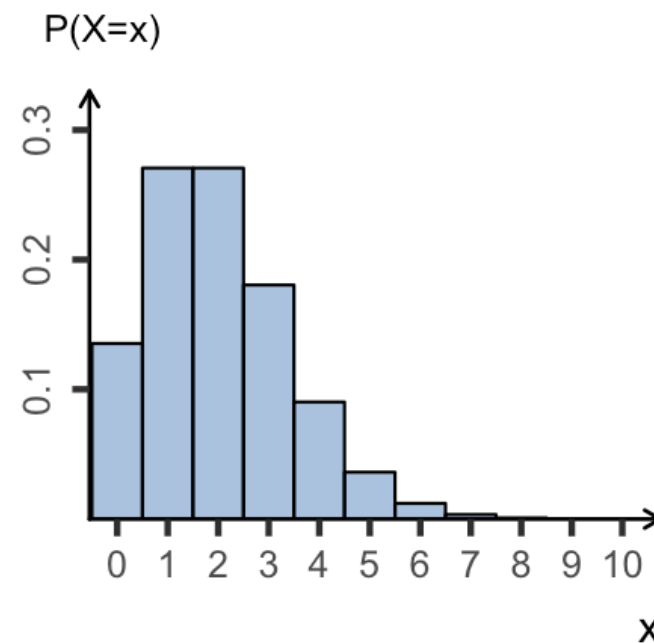
digital
plenumstime

temavideoer

Stokastiske variabler

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

1



sannsynlighetsfordeling $f(x)$

sannsynlighet

kumulativ fordeling $F(x)=P(X \leq x)$

stokastisk forsøk

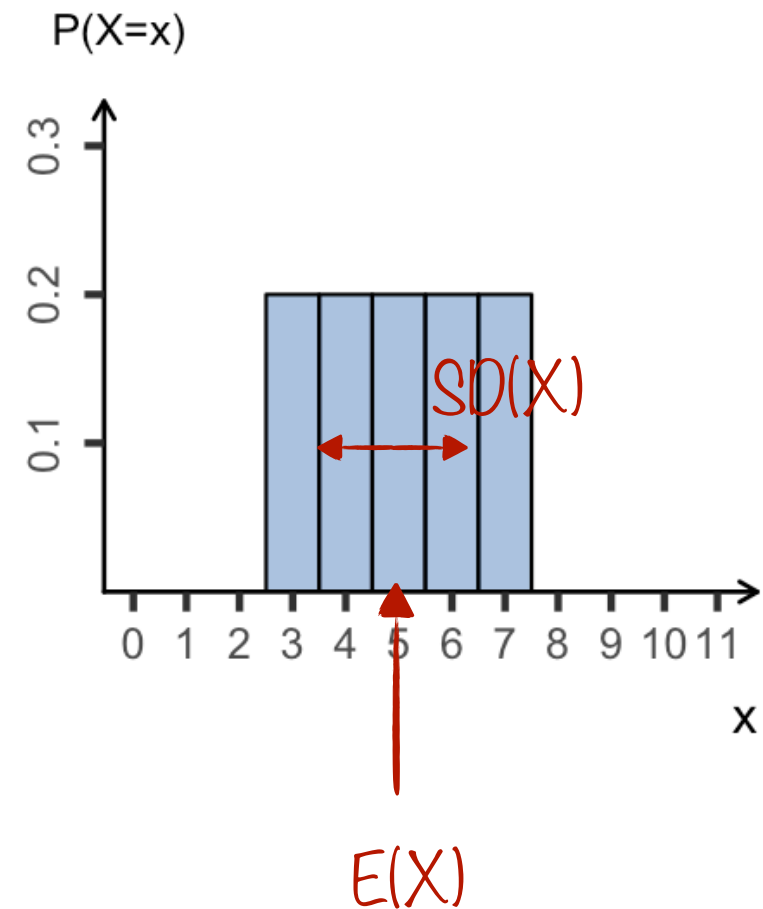
tallverdi: diskret eller kontinuerlig

Uke 3: Stokastiske variable

6. -10. september



temavideoer



Forventningsverdi og varians

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

2

Forventningsverdi $E(X)$: gjennomsnitt i det lange løp
tyngdepunkt i sannsynlighetsfordelingen

Varians $\text{Var}(X)$ og $SD(X)$: mål på spredning

Regneregler

Uke 3: Stokastiske variabler

6. -10. september

temavideoer

Flere variabler samtidig

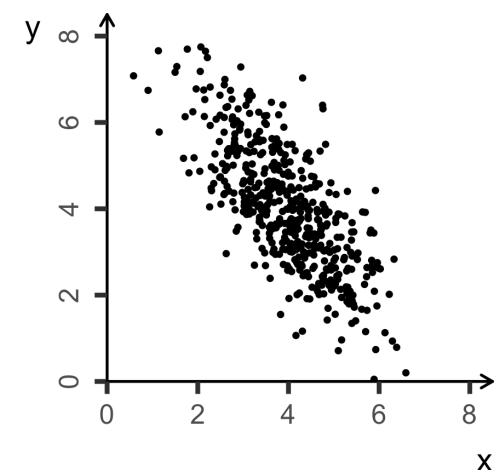
Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

3

Fordeling til to variabler samtidig
Kovarians og korrelasjon

Regneregler for E og Var til lineære funksjoner

x	y	
	1	2
1	0.1	0.1
2	0.5	0
3	0.2	0.1



Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Referansegruppe og
fagteam

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser



Jupyter notatbøker og python-kode

Terningkast benyttes ofte som et eksempel på et stokastisk forsøk, og en stokastisk variabel er funksjon

I notatboken terningkast.ipynb - som du finner under Uke 3 på på huben s.ntnu.no/isthub har vi satt opp sannsynlige. Ved å prøve ut forskjellige instillinger i jupyter notatboken kan du studere sammenhengen mellom forventning (uke 1) og varians til en stokastisk variabel (denne uka).



STACK-øving nr 3

Innleveringsfristen er fredag 17. september kl 23.59.

Øvingene gjøres i plattformen STACK, www.stack.math.ntnu.no, der du allerede skal være lagt til i emnet. Kontakt Siebe: siebe.b.v.albada@ntnu.no

Mer info finner du i egen STACK-fane her på BB.

Se campussidene for informasjon om fysisk veiledning på campus og/eller digital veiledning.

Husk også at du kan stille spørsmål på forumet under øving 3.

Øving 2 har innleveringsfrist fredag 10.09 kl 23.59



Campusforelesning

Campusforelesningene er på fredager kl 12.15-14.00.

Se Campussidene for sted og plan!



Noen tidligere eksamensoppgaver (med LF)

TALM1005: Mai 18: 4a, Des 17: 3a, Juni 17: 2a, Des 15: 3

3 Stokastiske variabler

3.1 Diskret

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} P(X = t)$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \sum_x x \cdot P(X = x)$$

Varsians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \sum_x (x - \mu_x)^2 \cdot P(X = x)$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.2 Kontinuerlig

Kumulativ fordeling

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

Forventningsverdi

$$E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Varsians

$$\text{Var}(X) = \sigma_x^2 = E((X - \mu_x)^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f(x) dx$$

Standardavvik

$$\text{SD}(X) = \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

3.3 Kovarians og korrelasjon

$$\text{Cov}(X, Y) = E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)) = E(XY) - \mu_x \mu_y$$

$$\text{Korrelasjonskoeffisient: } \rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

$\text{Cov}(X, Y) = 0$ dersom X og Y er uavhengige.

Formelark

3.4 Regneregler

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$$

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$$

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$$

$$\text{Var}(aX + bY) = a^2 \text{Var}(X) + b^2 \text{Var}(Y) + 2ab \text{Cov}(X, Y)$$

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Referansegruppe og fagteam

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Prøveeksamen og eksamensforberedelser

Nytt: Fremdrift m/temavideoer

Fremdriftsplan med temavideoer

For hver uke i fellesmodulen er tanken at du går til "Fellesmodul" og velger riktig uke - og DER er alle ressurser og tidsfrister du trenger å forholde deg til den uka.

Men, noen vil jo gjere se fremover eller være på forskudd - og derfor har vi tatt med denne fremdriftsplanen med tema, pensum i læreboka og lenke til mappe med temavideoer.

Uke	Datoer	Tema	Pensum	Lenke til mappe med temavideoer
1	23.08-27.08	Beskrivende statistikk	1, 2.1-2.5, 7.2, 7.3.2	Temavideoer uke 1
2	30.08-03.09	Hendelser og sannsynlighet	3.1-3.6	Temavideoer uke 2
3	06.09-10.09	Stokastiske variabler	4	Temavideoer uke 3
4	13.09-17.09	Binomisk forsøksrekke, binomisk fordeling og geometrisk fordeling	5.1, 5.2, 5.4	Temavideoer uke 4
5	20.09-24.09	Poissonprosess, eksponentialfordeling, Weibullfordeling og systempålitelighet	5.5, 5.6 og notat 	Temavideoer uke 5
6	27.09-01.10	Normalfordeling, standard normalfordeling og sentralgrenseteoremet	5.7, 5.8	Temavideoer uke 6
7	04.10-08.10	Punktestimering og intervallestimering	5.9.2, 6.1, 6.2, 6.3 (utenom 6.2.6,6.3.4)	Temavideoer uke 7
8	11.10-15.10	Hypotesetesting	6.4, 6.5	Temavideoer uke 8
9	18.10-22.10	Lineær regresjon	7.2, 7.3	Temavideoer uke 9

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og
ressurser

Referansegruppe og
fagteam

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus
Trondheim

ISTT1002: Campus
Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere
eksamensoppgaver

Prøveeksamen og
eksamensforberedelser

Første møte med referansegruppa: Tirsdag 7.september

Referansegruppe består av følgende medlemmer

Ålesund:

- Yasmine Celine Vinding (ISTA1003, BIDATA) yasminev@stud.ntnu.no
- Joakim Sander Løken (ISTA1002, BIELEKTRO) joakislo@stud.ntnu.no

Gjøvik:

- Isabella Espegard (ISTG1001, nettstudier BIBYGG-F) isabeles@stud.ntnu.no
- Marte Gigstad (ISTG1001, BIBYGG) martegig@stud.ntnu.no

Trondheim:

- Helene Fjeldstad (ISTT1002, BIFOREN) helef@stud.ntnu.no
- Wilhelm L. H. L. Bjørnvold (ISTT1001, FTHINGLOG) wlbjornv@stud.ntnu.no
- Henrik Burmann (ISTT1003, BIDATA) henriabu@stud.ntnu.no

Ta kontakt med “din representant” hvis du innspill eller spørsmål til møtet.

Spørsmål fra chat

Forvirret?

Lurer du på noe om emnet?

- Sjekk først Blackboard og se om du finner svar!
- Hvis du ikke finner svaret der så søk på forumet.
- Fremdeles ingen svar? Still spørsmål i Koordinator-forumet,
- eller spør på øvingsveiledning,
- eller campusforelesningen!

Hvis det er ubesvarte spørsmål fra i dag, blir de besvart Koordinator-forumet! Hvorfor – for da er det søkbart og du får en god grunn til å besøke forumet!

Takk for oppmøtet og ha en fin uke!