Statistikk for ingeniører

Digital plenumstime - uke 6 (27.09.2021)

Mette Langaas, Institutt for matematiske fag, NTNU

Fellesmodul

Uke 10: Oppsummering og skoleeksamen

7-9: Statistisk inferens

Uke 7-8: Estimering og hypotesetesting

Uke 9: Lineær regresjon

2-6: Sannsynlighetsregning

Uke 2-3: Sannsynlighetsteori

Uke 4-6: Sannsynlighets-modeller

Uke 1: Beskrivende statistikk

Plan for timen

Uke 5: Poissonprosess, poisson-eksponential-, og weibullfordeling og systempålitelighet

Eksempler fra eksamensoppgaver

Uke 6: Normal-, standard normalfordeling og sentralgrenseteoremet

Hvordan vet/bestemmer vi hvilken fordeling f(x) en stokastisk variabel X har? Sammenhenger mellom fordelinger

Fremover!

Sammenslått - Statistikk ISTX1001 ISTX1002 ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3 Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Fagteam og referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Prøveeksamen og eksamensforberedelser

Uke 5: Poissonprosess, poisson-, eksponential- og weibullfordeling og systempålitelighet

Poissonfordeling

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda t)$$

$$P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t},$$

$$\text{for } x = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\text{E}(X) = \lambda t, \quad \text{Var}(X) = \lambda t$$

Eksponentialfordeling

$$T \sim \text{Eksponential}(\lambda)$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad \text{for } t > 0$$

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$\text{E}(T) = \frac{1}{\lambda}, \quad \text{Var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Weibullfordeling

$$T \sim \text{Weibull}(\alpha, \lambda)$$

$$f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1} e^{-(\lambda t)^\alpha}, \quad \text{for } t > 0$$

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha}$$

$$\text{E}(T) = \frac{1}{\lambda}\Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})$$

$$\text{Var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}\left(\Gamma(1 + \tfrac{2}{\alpha}) - \Gamma(1 + \tfrac{1}{\alpha})^2\right)$$

4.2 Begreper fra levetidsanalyse

Pålitelighetsfunksjon

$$R(t) = 1 - F(t)$$

Sviktrate

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Systempålitelighet seriekobling

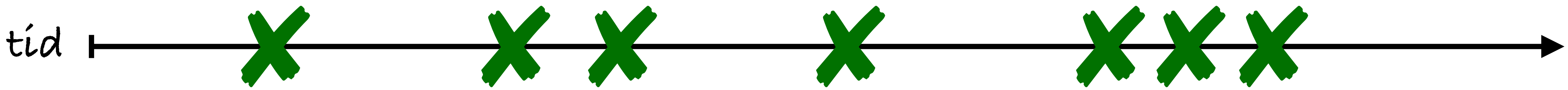
$$R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdots R_n(t)$$

Systempålitelighet parallellkobling

$$R(t) = 1 - F_1(t) \cdot F_2(t) \cdots F_n(t)$$

Over til Mentimeter

Poissonprosess



Antall hendelser i et tidsintervall (eller innen begrenset område)

X : antall hendelser i løpet av t tidsenheter

1. Antall hendelser i disjunkte intervaller er uavhengig
2. Forventet antall hendelser i et intervall av lenge t er alltid lik $\lambda\, t$
3. Sannsynligheten for at mer enn én hendelse skjer i et lite intervall er *neglisjerbar*

$X \sim \text{Poisson}(\lambda\, t)$

$$P(X = x) \qquad F(x) = P(X \leq x) \qquad E(X) \qquad Var(X)$$

Læringsmål

Poissonprosess og poissonfordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Gjengi betingelsene som må være oppfylt for at en stokastisk variabel X skal være poissonfordelt (**poissonprosess**).

Identifisere situasjoner der betingelsene for en poissonprosess kan sies å gjelde, og der en poissonfordeling vil være en god sannsynlighetsmodell.

Kjenne til sammenhengen mellom **forventningsverdi, varians og standardavvik** for en poissonfordeling og kunne beregne disse fra modellparametere.

Kunne beregne punktsannsynligheter og kumulative sannsynligheter i poissonfordelingen ved hjelp av formel for sannsynlighetsfordelingen, og ved å bruke tabellen med kumulative poisson-sannsynligheter (fra Formelark og tabeller i venstremenyen i Bb), og ved å bruke Python med hjelp fra ferdiglaget kode i Jupyter notatbøker.

Kontinuasjonseksamen august 2021

3 Oppg. 3 [25%]

Instruksjonar: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspera.

Anders har nettopp kjøpt seg ein brukt el-sykkel. Vi skal studere to typar feil som kan opptre på denne sykkelmodellen; feil med ladekabelen og feil med dei elektroniske gira. Basert på kjennskap til liknande bilmodellar antar Anders at feil på ladekabelen kan modellerast som ein poissonprosess med rate λ_L = 0.5 / år, og at feil med gira kan modellerast som ein poissonprosess med rate λ_G = 2 / år. Dei to prosessane kan antakast å vere uavhengige.

a)

i. Kva er sannsynet for at ladekabelen må reparerast minst éin gong i løpet av eit år?

Vel eitt alternativ

- 0.607
- 0.304
- 0.271
- 0.696
- 0.865
- 0.393

Antall feil X er poissonfordelt

Minst en gang: $X \geq 1$

Vi ser på en poissonfordelt stokastiske variabel X_L med rate $\lambda_L = 0.5$/år. Vi finner

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{(\lambda_L \cdot 1)^0}{0!} e^{-\lambda_L \cdot 1} = 1 - e^{-\lambda_L} = 1 - e^{-0.5} = 0.3934693 \approx 0.393$$

Kontinuasjonseksamen august 2021

ii. Kva er sannsynet for at det går meir enn to år før det inntreff ein feil på gira?

Vel eitt alternativ

- 0.018
- 0.632
- 0.982
- 0.729
- 0.819
- 0.368

$P(T > 2)$ for eksponential $\lambda \cdot 1$

$P(X \geq 1 \mid \lambda t)$ der t=2 (Poisson)

Vi ser på en Poissonprosess med rate $\lambda_G = 2$/år. Tiden T frem til første hendelse inntreffer er eksponensialfordelt, og dermed finner vi $P(T > 2) = 1 - P(T \leq 2) = 1 - (1 - e^{-\lambda_G \cdot 2}) = e^{-2 \cdot 2} = 0.01831564 \approx 0.018$

Alternativt kan man bruke poissonfordelingen og regne ut sannsynligheten for ingen feil for to år. Da vil vi se på en rate på $2 \cdot 2 = 4$ pr 2 år

$$P(X_{L,2} = 0) = \frac{(\lambda_G \cdot 2)^0}{0!} e^{-\lambda_G \cdot 2} = e^{-2 \cdot 2} = 0.01831564 \approx 0.018$$

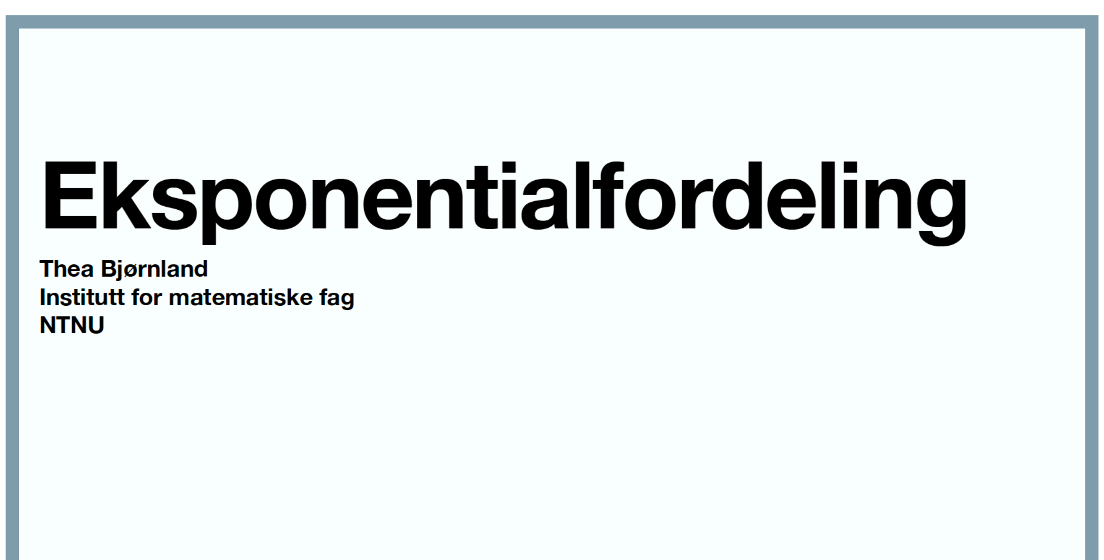
Over til Mentimeter

Læringsmål

Forstå hvordan vi fra poissonprosessen kan definere en stokastisk variabel X som er **eksponentialfordelt.**

Identifisere situasjoner der en eksponentialfordeling vil være en god sannsynlighetsmodell.

Kunne beregne **forventningsverdi, varians og standardavvik** for en eksponentialfordeling ut ifra modellparametre. Kunne beregne **kumulative sannsynligheter** ved hjelp av formler, og ved å bruke Python med hjelp fra ferdiglaget kode i Jupyter notatbøker.



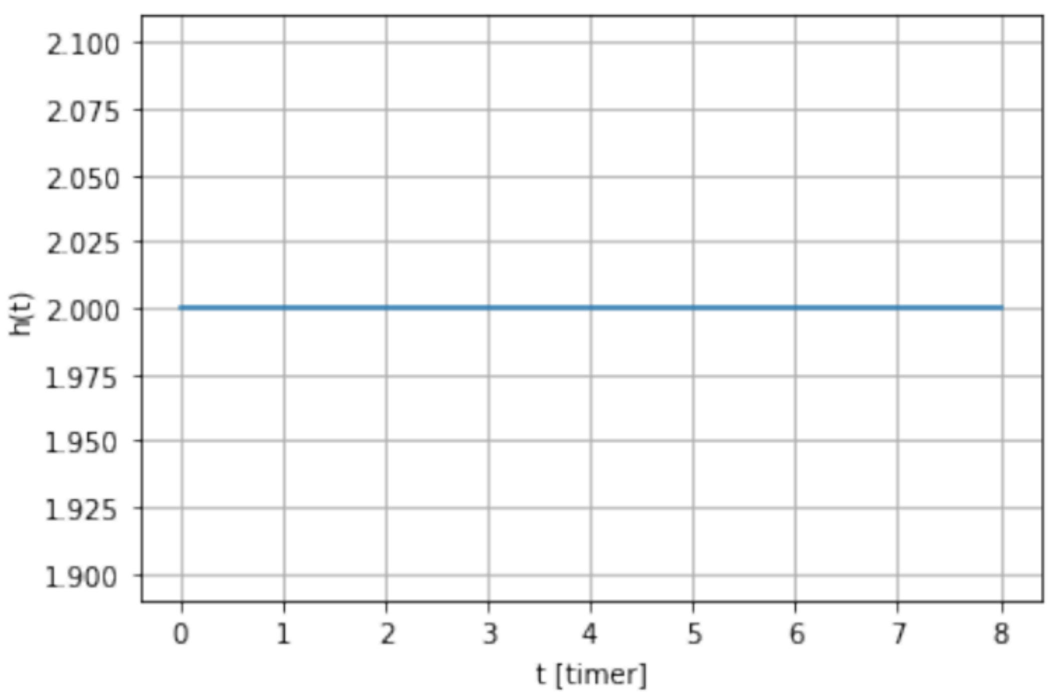
Over til Mentimeter

Sviktrate

f(x) sannsynlighetstetthet

R(t)=1-F(t) pålitelighetsfunksjon

Sviktrate $$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}$$



$\lambda = 2$

$\alpha = 1$

Konstant sviktrate

Eksponensialfordeling

Læringsmål

Levetid og pålitelighet med eksponensial- og Weibullfordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

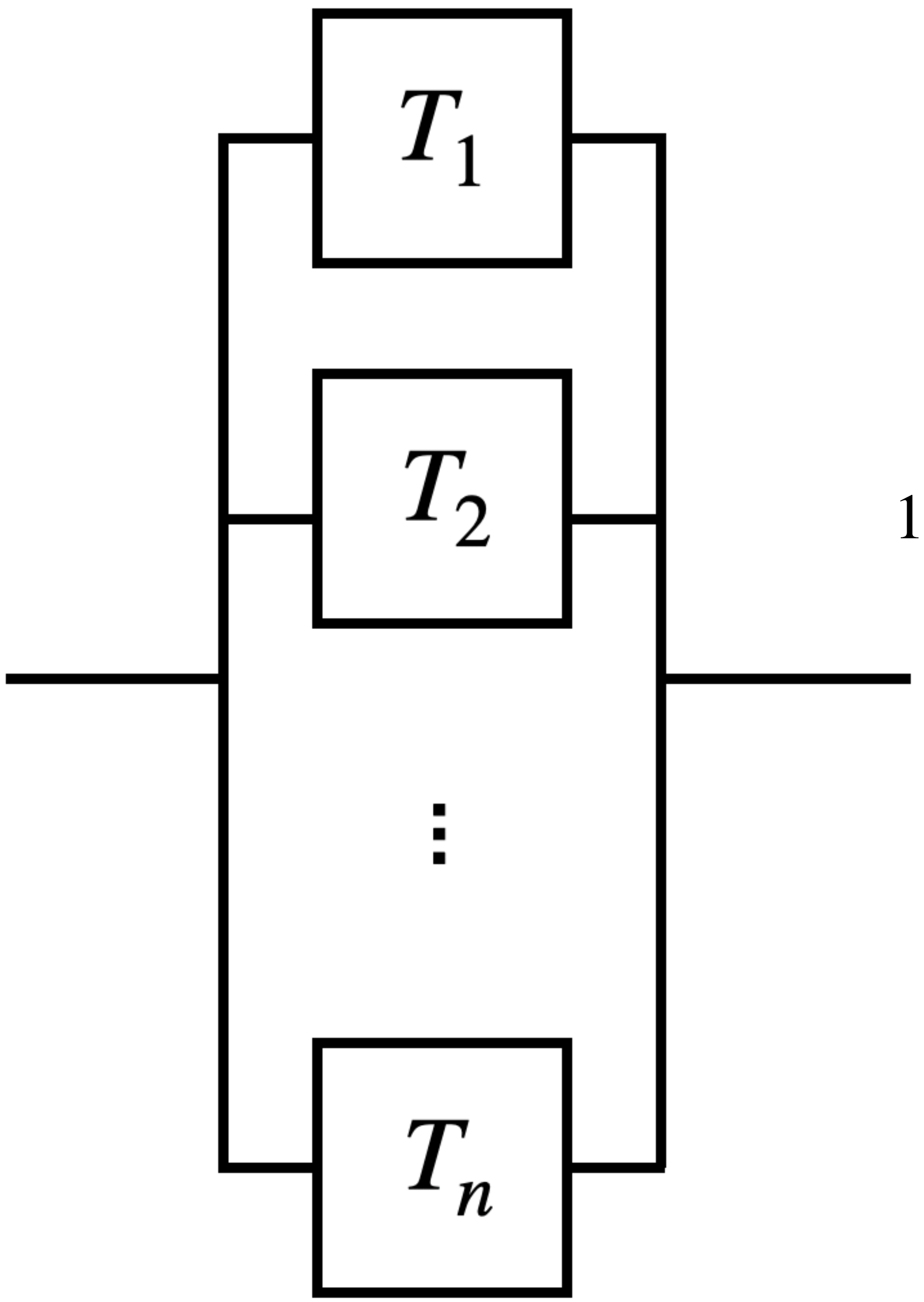
Kjenne til begrepene pålitelighetsfunksjon og sviktrate og hva disse er for **eksponential- og weibullfordelingen.** Kunne beregne disse fra formler og ved å bruke Python med hjelp fra ferdiglaget kode i Jupyter notatbøker.

Kunne beregne **forventningsverdi, varians og standardavvik** for en **weibullfordeling** ut ifra modellparametere. Kunne beregne **kumulative sannsynligheter** ved hjelp av formler, og ved å bruke Python med hjelp fra ferdiglaget kode i Jupyter notatbøker. (For Weibull er en gammafunksjon med, og den antar vi ikke man skal kunne regne på kalulator, kun i Jupyter notatbok.)

For pålitelighet av systemer, kjenne til en **seriekobling og en parallellkobling** av komponenter, og hvordan man regner ut **pålitelighetsfunksjon** ved hjelp av formler, og ved å bruke Python med hjelp fra ferdiglaget kode i Jupyter notatbøker.

Over til Mentimeter

Hva skal til for at systemet skal fungere?



Parallell

Minst en komponent må fungere.

$P($**systemet fungerer ved tid** $t) =$

$P($**minst en komponent fungerer ved tid** $t) =$

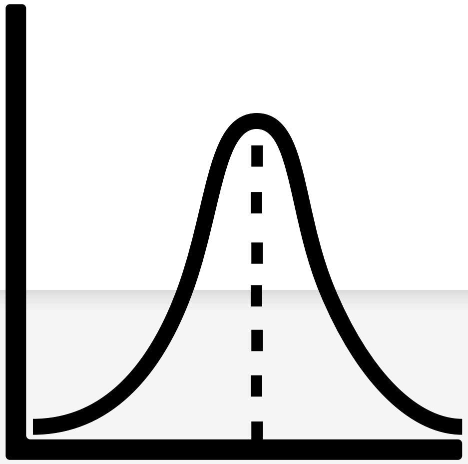
$1 - P($**ingen av komponentene fungerer ved tid t**$)$

hvis komponentene er uavhengige av hverandre

$$1 - P(T_1 < t) \cdot P(T_2 < t) \cdots P(T_n < t)$$

Ferdig med Uke 5 – over til uke 6!

Uke 6



Uke 6: Normalfordeling, standard normalfordeling og sentralgrenseteoremet

Introduksjon

Normalfordelingen er kanskje den viktigste av alle sannsynlighetsfordelingene fordi det er mye som i praksis kan antas å være *tilnærmet* normalfordelt. Faktisk kan både binomisk fordeling og poissonfordelingen i noen tilfeller tilnærmes med en normalfordeling.

Normalfordelingen er også veldig fleksibel. Både lineærtransformasjoner (aX + b) av normalfordelte variabler, og summer av uavhengige normalfordelte variabler (aX + bY) blir også normalfordelte.

Desverre er det ikke helt rett frem å regne på sannsynligheter i normalfordeling, fordi dette må gjøres med numerisk integrasjon. Hvis vi bruker programvare slik som python trenger vi ikke å bry oss om det - python integrerer for oss.

Hvis vi skal løse problemer uten tilgang til en datamaskin så trenger vi tabeller. Heldigvis trenger vi bare tabeller for det som kalles *standard normalfordeling*, fordi alle oppgaver med normalfordeling kan "oversettes" til et utrykk basert på standard normfordelingen. Tabeller finner du i fanen Formelark og tabeller her i Blackboard.

Ukas aktiviteter:

1. Du har *muligheten* for å starte uka med å følge den digitale plenumsforelesningen som zoom-webinar på mandag 27.september kl 14.15-15.00 (se info under - samme lenke hele semestret).
2. I løpet av uka skal du se fire temavideoer. Disse finner du i Panopto, se lenke til mappe under.
3. Ukas øving i STACK: stack.math.ntnu.no
4. Denne uke er det en Jupyter-notatbøker du trenger for å gjøre øvingen. Den finner du under Uke 6 på s.ntnu.no/isthub.
5. Du får hjelp med øvingen i øvingsveiledningen (se din tid under din campus) eller ved å stille spørsmål i forumet https://mattelab.math.ntnu.no/ under kategorien ISTx100y og så underkategori for øving 6.
6. Campusforelesning er på fredag 01.10 kl 12.15-14.00 (se sted under din campus). Husk at du må se på temavideoene (og/eller lese de relevante kapitlene i læreboka) før du kommer i campusforelesningen.
7. Husk at innleveringsfristen for STACK øving 5 er fredag 01**.10 kl 23.59** - og at du må ha minst 8 av 10 poeng for å få øvingen godkjent, fristen for øving 6 er **08.10 kl 23.59.**

Digital plenumstime

Zoom-webinar mandag 27.september kl 14.15-15.00.

Samme zoom webinar lenke i hele fellesdelen: https://NTNU.zoom.us/j/99568542340?pwd=aGU2MUFpZzE0VFJ0b2ZUT2tLZU9pZz09

Uke 6: Normalfordeling, standard normalfordeling og sentralgrenseteoremet

Pensum i læreboka

Kapittel 5.7 og 5.8. Anbefalte oppgaver: 25, 27, 29, 30, 32, 33, Løsningsforslag

Læringsmål denne uken

Og om normalfordelingen skal du kunne:

1. Beskrive kjennetegnene til en normalfordeling, gi eksempler på stokastiske variabler som kan antas å være normalfordelte, og oppgi forventningsverdi, varians og standardavvik for en normalfordeling ut ifra modellparametere.
2. Vite forskjellen på en generell normalfordeling og en standard normalfordeling
3. Kunne standardisere en generell, normalfordelt stokastisk variabel og bruke normalfordelingstabell (kumulativ fordeling) til å beregne sannsynligheter i en hvilken som helst normalfordeling.
4. Kjenne til noen utvalgte halesannsynligheter og tilhørende kritiske verdier og (sprednings)intervaller i en normalfordeling.
5. Avgjøre i hvilke situasjoner normalfordelingen kan sies å være en god modell for det som er observert.
6. Finne og formulere fordelingen til en sum og et gjennomsnitt av uavhengige, normalfordelte variabler.

Kunne forklare prinsippet bak sentralgrenseteoremet og bruke det til å finne fordelingen til et gjennomsnitt av mange observasjoner, samt gi en u vurdering av om antallet observasjoner kan sies å være tilstrekkelig til at sentralgrenseteoremet kan brukes

Forklare prinsippet bak normalfordelingstilnærmingen til den binomiske og poissonfordelingen, fortelle når det er relevant, og hvilken normalforde ligner mest på en gitt poisson- eller binomisk fordeling. Beregne tilnærmede binomiske og poissonsannsynligheter ved hjelp av normalfordelingstilnærmingen.

Temavideoer

Denne uka har vi fire temavideoer om normalfordelingen som ligger i denne Panopto-mappa.

4

1. Introduksjon til normalfordelingen (pdf)
2. Standard normalfordelingen (pdf)
3. Kritiske verdier i normalfordelingen (pdf)
4. Sentralgrenseteoremet (pdf)

Jupyter notatbøker og python-kode

Ingen uke uten python-programmering! I notatboken normalfordeling.ipynb viser vi hvordan du kan regne på (og visualisere!) sannsynligheter i normalfordelingen.

1

Sammenslått - Statistikk ISTX1001 ISTX1002 ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3 Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Fagteam og referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Prøveeksamen og eksamensforberedelser

Temavideoer

Denne uka har vi fire temavideoer om normalfordelingen som ligger i denne Panopto-mappa.

1. Introduksjon til normalfordelingen (pdf)
2. Standard normalfordelingen (pdf)
3. Kritiske verdier i normalfordelingen (pdf)
4. Sentralgrenseteoremet (pdf)

Jupyter notatbøker og python-kode

Ingen uke uten python-programmering! I notatboken normalfordeling.ipynb viser vi hvordan du kan regne på (og visualisere!) sannsynligheter i normalfordelingen.

STACK-øving nr 6

Innleveringsfrist:

I tillegg til jupyter notatboken normalfordeling.ipynb får du bruk for tabeller for kumulative sannsynligheter og kritiske verdier i standard normalfordeling

Lenke til STACK: https://stack.math.ntnu.no. Har du tekniske problemer eller mistenker du at du har oppdaget en feil? Kontakt Siebe: siebe.b.v.albada@ntnu.no

Mer info finner du i egen STACK-fane her på BB.

Se campussidene for informasjon om fysisk veiledning på campus og/eller digital veiledning.

Husk også at du kan stille spørsmål på forumet under øving 6!

Campusforelesning

Campusforelesningene er på fredager kl 12.15-14.00.

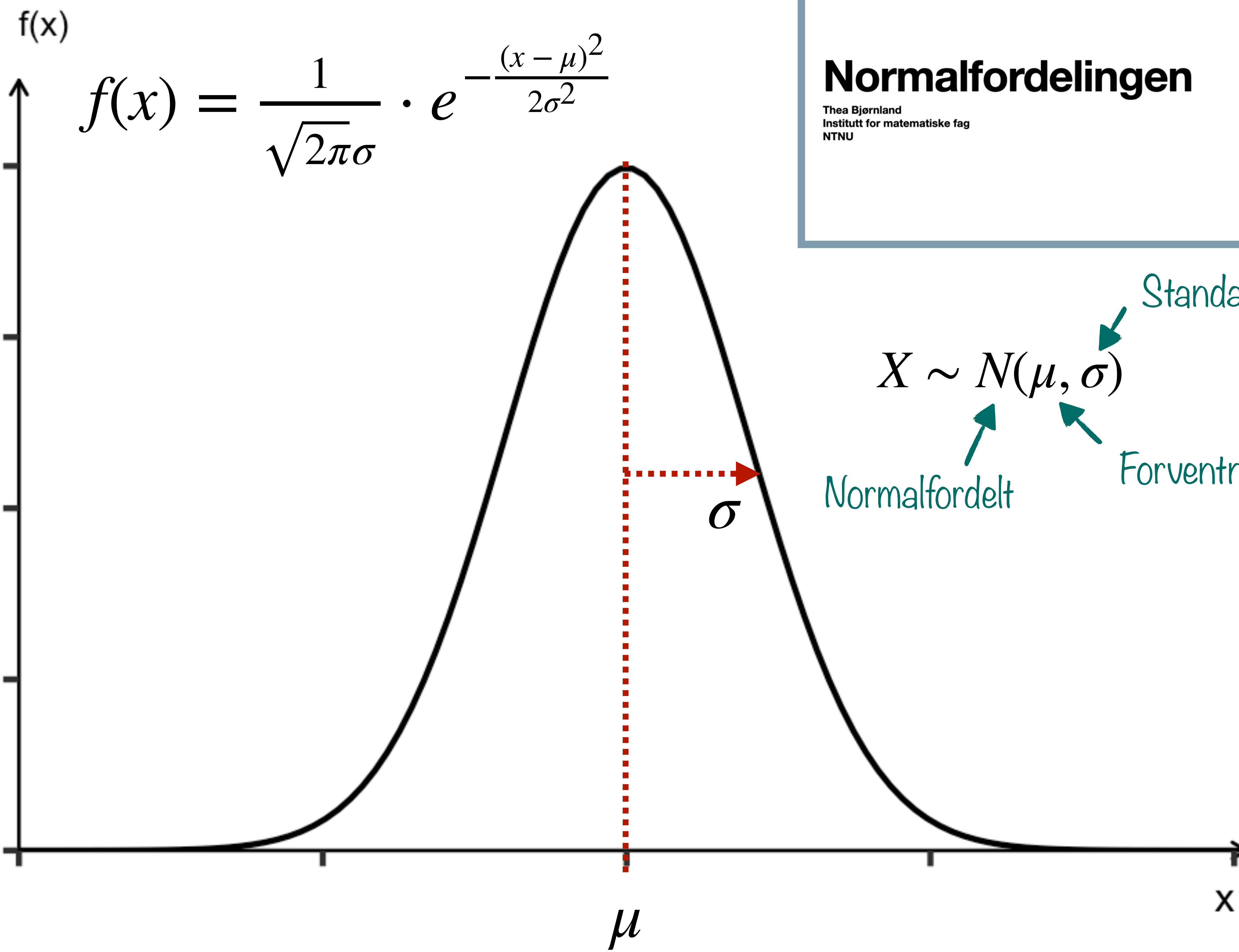
Se Campussidene for sted og plan!

Noen tidligere eksamensoppgaver (med LF)

H2020 oppgave 2c, K2021 oppgave 3c, 4a.

TALM1005: Nov 19: 3, Mai 19: 3, Nov 18: 2, Mai 18: 3c (sentralgrenseteorem)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Normalfordelingen

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Standardavvik

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

Normalfordelt

Forventningsverdi

F(x) krever numerisk integrasjon: bruk tabell eller Python

Eksempler på normalfordelte stokastisk variabel

Målefeil for et vanlig måleinstrument (mer i prosjektmodulen 1001 “Usikkerhet og støy i målinger”)

Kontrollvariabler i en produksjonsprosess (mer i prosjektmodulen 1002 “Industriell statistikk”)

Boligpris til leilighet i en by (mer i prosjektmodulen 1003 “Statistisk læring og data science”)

Høyden til en tilfeldig valgt person

Variabler som er en sum av mange delvariabler

Hvis X er normalfordelt vil også $aX + b$ være normalfordelt.

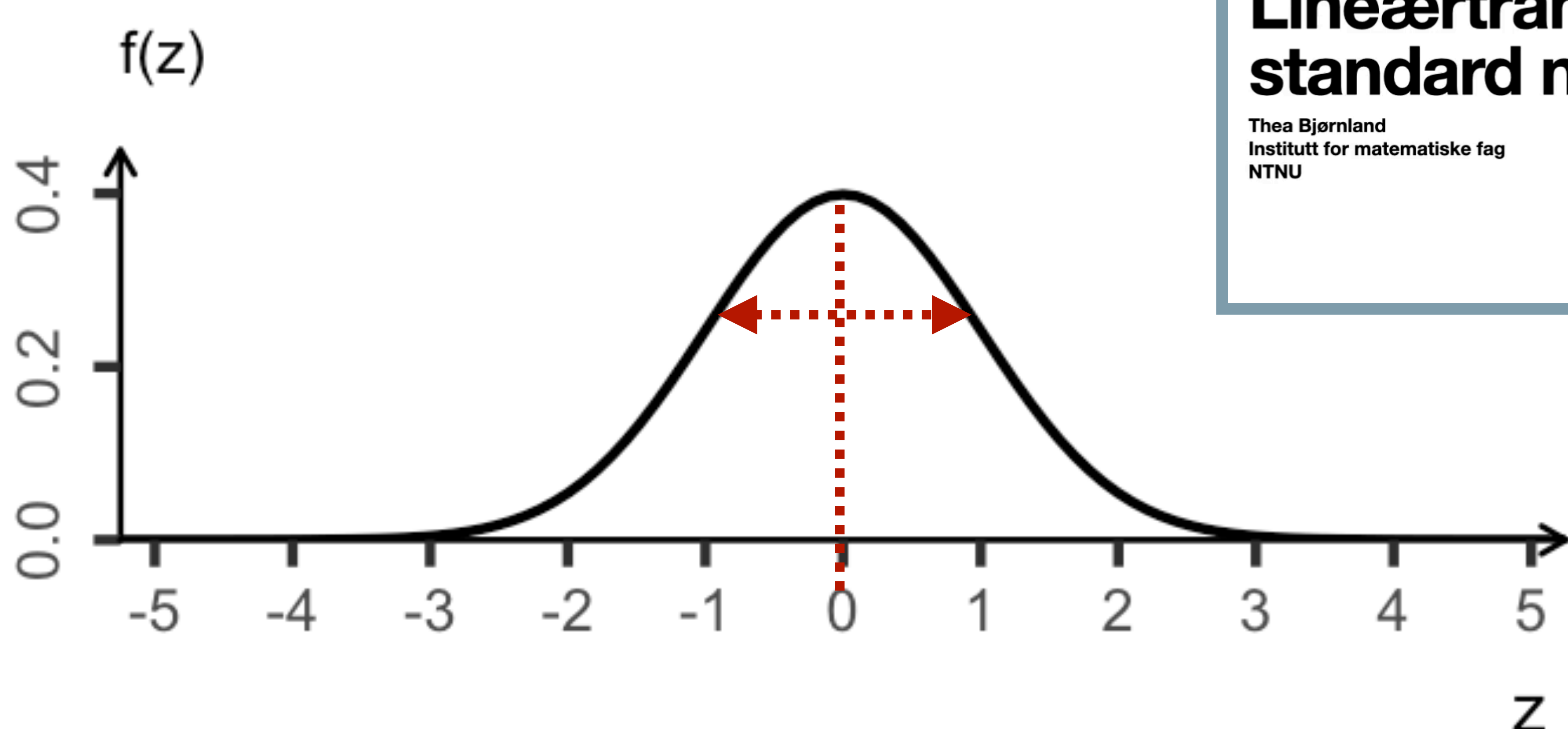
$$Z = \frac{1}{\sigma}X - \frac{\mu}{\sigma} = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

En normalfordelt stokastisk variabel Z med forventningsverdi 0 og standardavvik 1 kalles *standard normalfordelt*

$$Z \sim N(0, 1) \qquad f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Lineærtransformasjoner og standard normalfordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU



$\Phi(z) = P(Z \leq z)$ finnes i tabell

Formelark og tabeller

Formelark og tabeller

Formelark og tabeller er hjelpemidler du får tilgang til på eksamen, og som du skal bruke i øvingsopplegget.

Formelark

Formelark for uke 1 - 9 av fellesmodulen finner du her

Tabell: Kumulative sannsynligheter i binomisk fordeling for utvalgte verdier av n og p

Tabell: Kumulative sannsynligheter i poissonfordeling for utvalgte parameterverdier

Tabell: Kumulative sannsynligheter i standard normalfordelingen

Kritiske verdier i standard normalfordelingen

Kritiske verdier i t-fordelingen

STANDARD NORMALFORDELING: $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

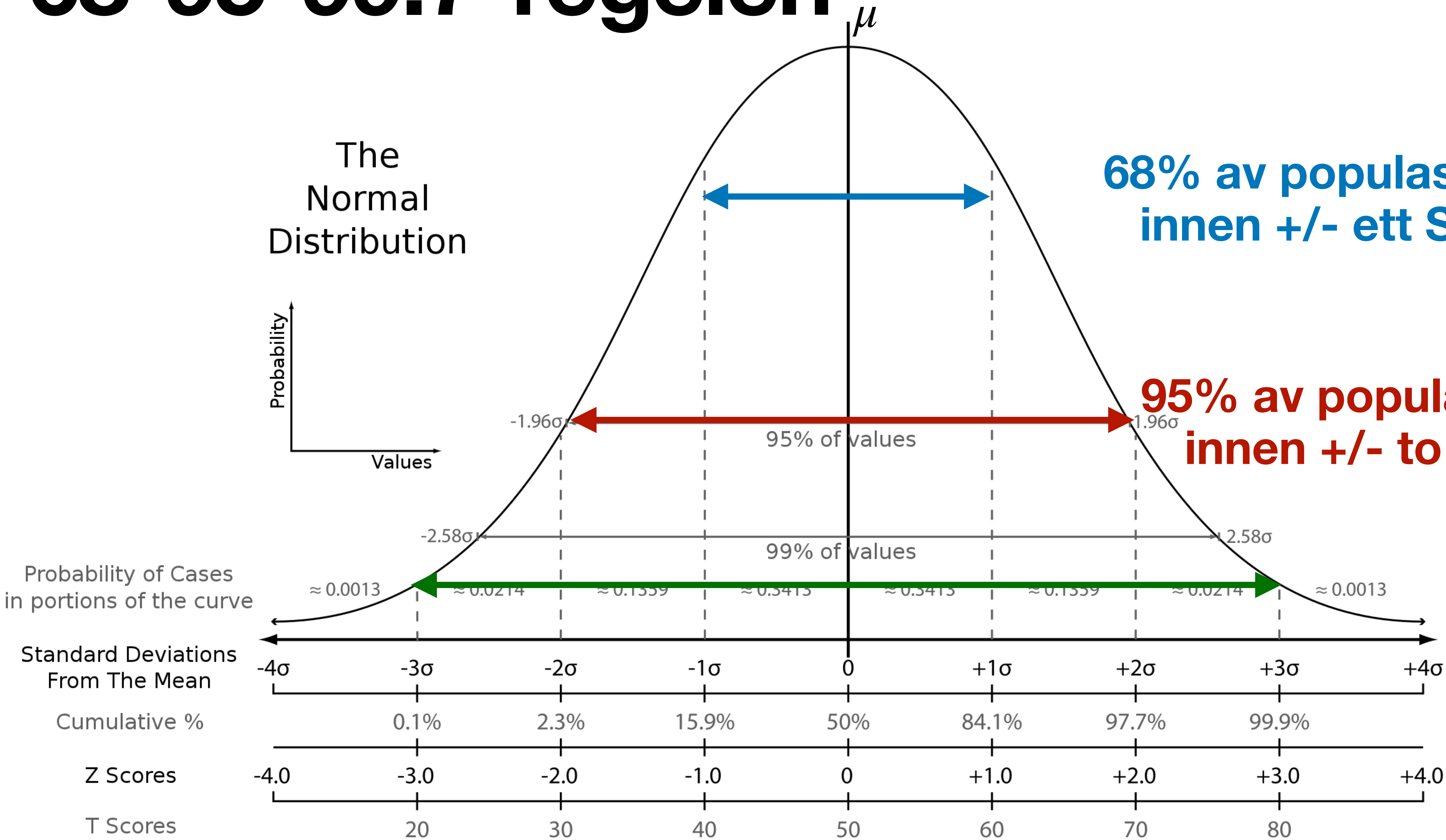
z	_ . _0	_ . _1	_ . _2	_ . _3	_ . _4	_ . _5	_ . _6	_ . _7	_ . _8	_ . _9
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	[illegible]	[illegible]	[illegible]
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247

Oppgave:

$p(Z \leq -1)$

$p(Z \leq -1.00)$

68-95-99.7-regelen



68% av populasjon innen +/- ett SD

95% av populasjon innen +/- to SD

99.7% av populasjon innen +/- tre SD

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_Normal_Distribution.svg

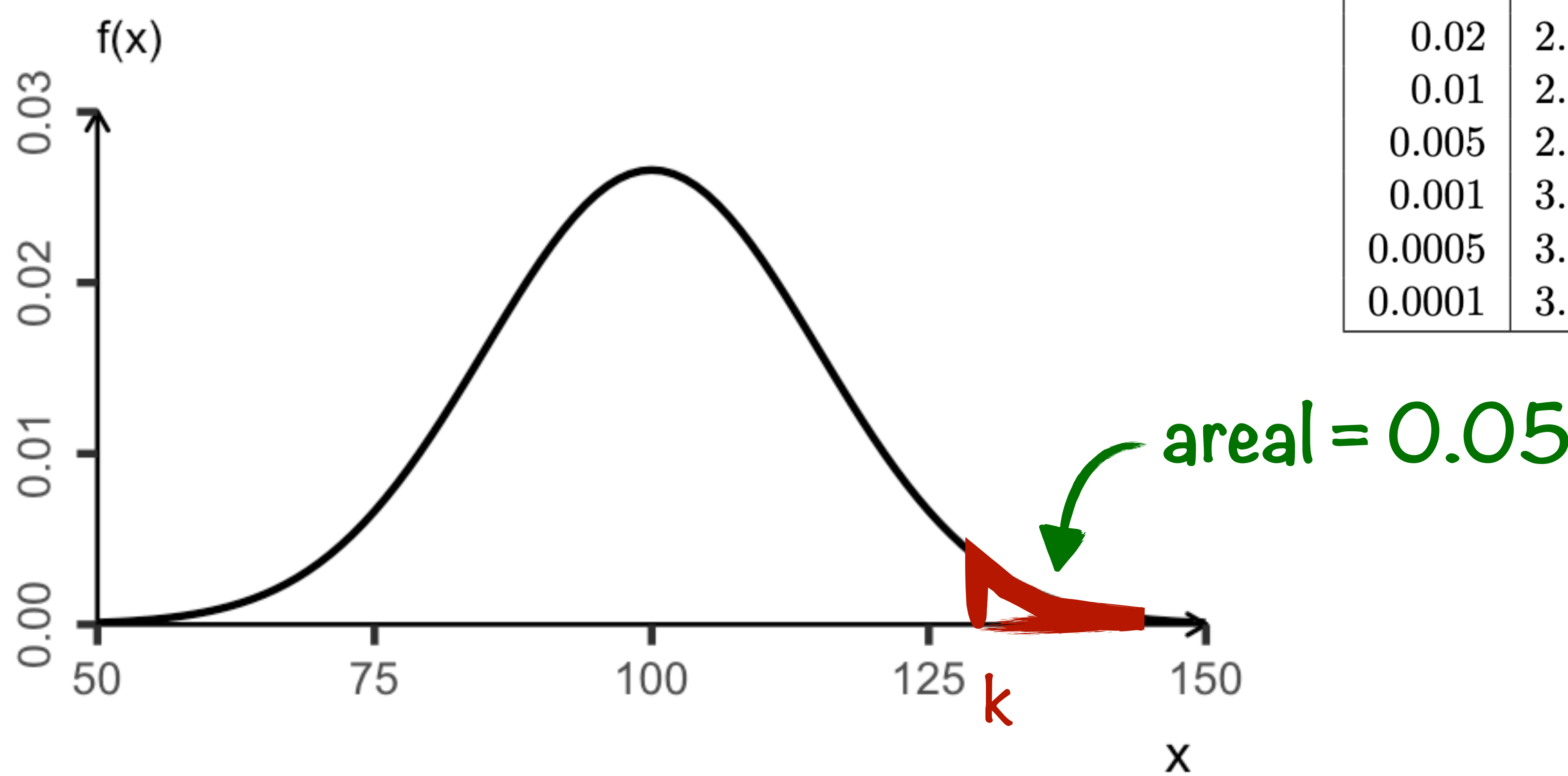
Kritiske verdier i normalfordelingen

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Kritiske verdier i standard normalfordelingen

$$P(Z > z_\alpha) = \alpha$$

α	z_α
0.20	0.842
0.10	1.282
0.05	1.645
0.025	1.960
0.02	2.054
0.01	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090
0.0005	3.291
0.0001	3.719



$$P(X > k) = 0.05$$

Hva er k?

Læringsmål

Og om normalfordelingen skal du kunne:

- Beskrive **kjennetegnene** til en normalfordeling, gi **eksempler** på stokastiske variabler som kan antas å være normalfordelte, og oppgi **forventningsverdi, varians og standardavvik** for en normalfordeling ut ifra modellparametere
- Vite forskjellen på en **generell normalfordeling og en standard normalfordeling**
- Kunne standardisere en generell, normalfordelt stokastisk variabel og bruke **normalfordelingstabell (kumulativ fordeling) til å beregne sannsynligheter i en hvilken som helst normalfordeling.**
- Kjenne til noen utvalgte sannsynligheter og tilhørende **kritiske verdier og (spredningsintervaller** i en normalfordeling
- Avgjøre i hvilke situasjoner **normalfordelingen kan sies å være en god modell** for det som er observert.
- Finne og formulere **fordelingen til en sum og et gjennomsnitt** av uavhengige, normalfordelte variabler.

Sentralgrenseteoremet

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være n ***uavhengige*** ~~***normalfordelte***~~ stokastiske variabler der

$n > 30$

$$E(X_i) = \mu \quad \text{og} \quad Var(X_i) = \sigma^2 \qquad \text{for alle } i = 1, \ldots, n$$

Sum:

$$Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n \qquad E(Y) = n\mu \qquad Var(Y) = n\sigma^2$$

$$SD(Y) = \sqrt{n}\sigma$$

$$Y \sim N(n\mu, \sqrt{n}\sigma)$$

Tilnærmet

“Tilsvarende” resultat for gjennomsnittet

Læringsmål

Kunne forklare prinsippet bak **sentralgrenseteoremet** og bruke det til å finne fordelingen til **en sum og et gjennomsnitt** av mange observasjoner, samt gi en uformell vurdering av om **antallet observasjoner kan sies å være tilstrekkelig** til at sentralgrenseteoremet kan brukes

Forklare prinsippet bak **normalfordelingstilnærmingen til den binomiske og poissonfordelingen**, fortelle når det er relevant, og hvilken normalfordeling som ligner mest på en gitt poisson- eller binomisk fordeling. Beregne tilnærmede binomiske og poissonsannsynligheter ved hjelp av normalfordelingstilnærmingen.

Ikke temavideo - sjekk campusforelesningen

Sammenslått - Statistikk ISTX1001 ISTX1002 ISTX1003 (2021 HØST)

ISTA/G/T 1001/2/3 Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Fagteam og referansegruppe

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Prøveeksamen og eksamensforberedelser

Formelark og tabeller

Formelark og tabeller

Formelark og tabeller er hjelpemidler du får tilgang til på eksamen, og som du skal

Formelark

Formelark for uke 1 - 9 av fellesmodulen finner du her

Tabell: Kumulative sannsynligheter i binomisk fordeling for utv

Tabell: Kumulative sannsynligheter i poissonfordeling for utval

Tabell: Kumulative sannsynligheter i standard normalfordeling

Kritiske verdier i standard normalfordelingen

Kritiske verdier i t-fordelingen

Normalfordeling

$$X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{for } -\infty < x < \infty$$

$$F(x) = P(X \le x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\mathrm{E}(X) = \mu, \quad \mathrm{Var}(X) = \sigma^2$$

Standard normalfordeling

$$Z \sim \mathrm{N}(0, 1)$$

$$f(z) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad \text{for } -\infty < z < \infty$$

$$F(z) = P(Z \le z) = \Phi(z)$$

$$\mathrm{E}(Z) = 0, \quad \mathrm{Var}(Z) = 1$$

4.1 Regneregler normalfordeling

Vi ser på n uavhengige stokastiske variabler $X_1, X_2, \ldots, X_n$ slik at $X_i \sim N(\mu, \sigma)$, for $i = 1, \ldots, n$. Da er

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \sim \mathrm{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

og

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n \sim \mathrm{N}\left(n\mu, \sqrt{n}\cdot\sigma\right)$$

4.1.1 Normaltilnærminger

$\mathrm{Binom}(n, p) \approx \mathrm{N}(np, \sqrt{np(1-p)})$ hvis $np(1-p) \ge 5$,
$\mathrm{Poisson}(\lambda t) \approx \mathrm{N}(\lambda t, \sqrt{\lambda t})$ hvis $\lambda t > 10$

4.1.2 Sentralgrenseteoremet

Dersom $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er uavhengige stokastiske variabler med forventning $\mathrm{E}(X_i) = \mu$ og varians $\mathrm{Var}(X_i) = \sigma^2$, for $i = 1, \ldots, n$, og dersom $n > 30$, så er

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} \text{ tilnærmet } \mathrm{N}\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

og

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_n \text{ tilnærmet } \mathrm{N}\left(n\mu, \sqrt{n}\cdot\sigma\right)$$

The bell curve

https://www.youtube.com/watch?v=UEyJnwPIr4Q

Diskret uniform

Geometrisk
(p)

Binomisk
(n, p)

Kontinuerlig uniform
(a, b)

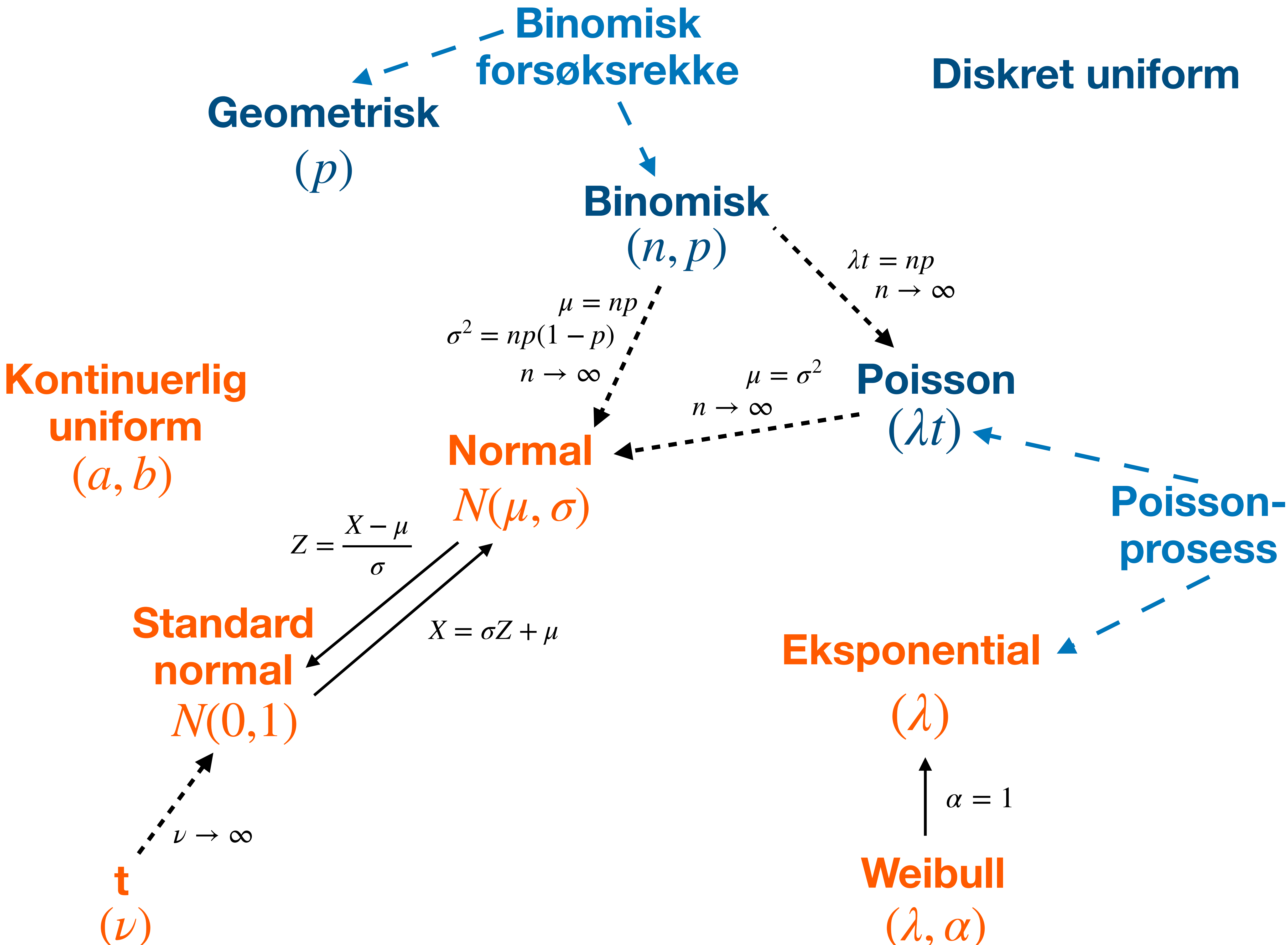
Normal
$N(\mu, \sigma)$

Poisson
(λt)

Standard normal
$N(0,1)$

Eksponential
(λ)

Weibull
(λ, α)



Over til Mentimeter

Siste fire mandagstimer

Uke 7 (4.oktober) Punkt- og intervallestimering

Besøk av faglærerene for 1001,1002, 1003 som gir 5 minutters intro til modulen (som starter 1.november).

Uke 8 (11.oktober) Hypotesetesting

Praktisk info rundt prosjektoppgaven og grupper

Prøveeksamen blir tilgjengelig i løpet av uken

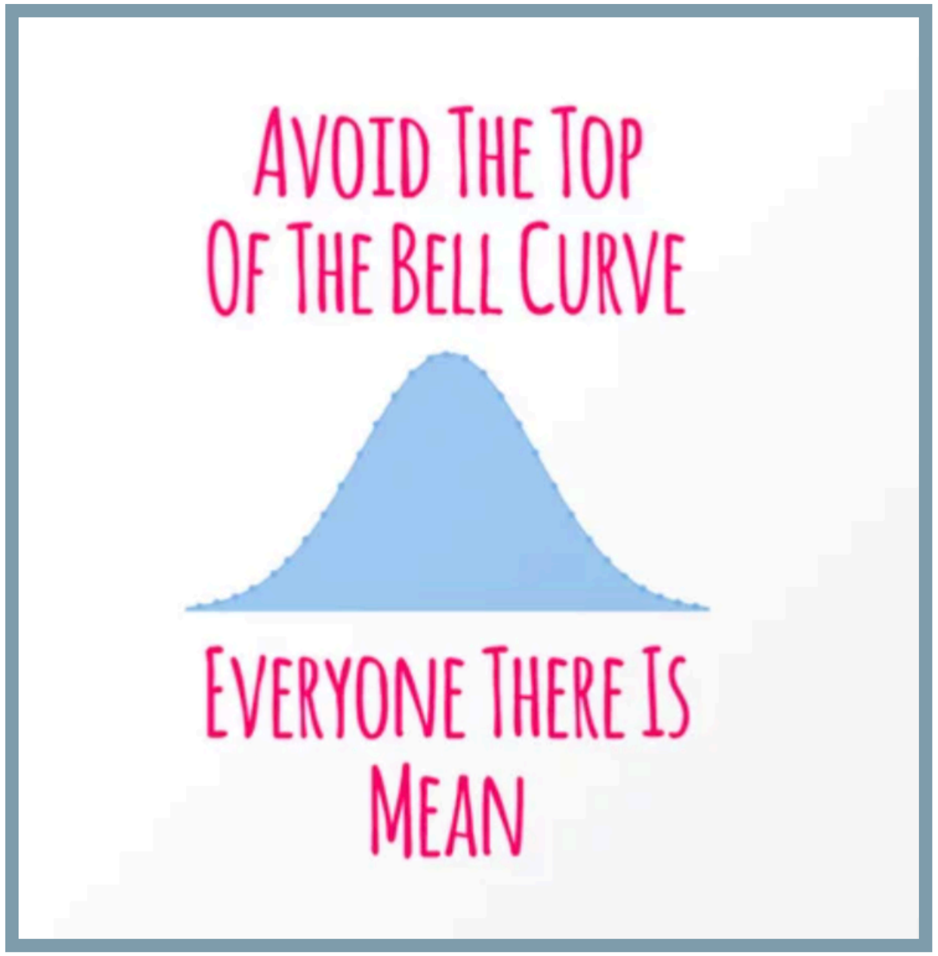
Uke 9 (18.oktober) Lineær regresjon

Info og spørsmål rundt eksamen og prosjekt

Andre møte med referansegruppa - innspill til uke 10

Uke 10 (25.oktober) Oppsummering - og forberedt Q&A for faglige spørsmål

Spørsmål fra chat



Takk for i dag - ha en produktiv uke!