Statistikk for ingeniører

Digital plenumstime - uke 9 (18.10.2021)

Mette Langaas, Institutt for matematiske fag, NTNU

Fellesmodul

Uke 10: Oppsummering og skoleeksamen

7-9: Statistisk inferens

Uke 7-8: Estimering og hypotesetesting

Uke 9: Lineær regresjon

2-6: Sannsynlighetsregning

Uke 2-3: Sannsynlighetsteori

Uke 4-6: Sannsynlighets-modeller

Uke 1: Beskrivende statistikk

Plan for timen

Uke 8: Hypotesetest med Mentimeter

Uke 9: Lineær regresjon

På hvilket nivå?

Eksamensforberedelser og prøveeksamen - aktivitet uke 10

Blackboard

Læringsmål: Hypotesetest

Du skal ha lært grunnleggende begreper og prinsipper i statistisk hypotesetesting.

Mer spesifikt skal du kunne

1. Forklare hvorfor man ønsker å utføre hypotesetesting.

2. Fra en reell situasjon (et spørsmål) kunne sette opp nullhypotese og alternativ hypotese, ensidig og tosidig alternativ.

Eksamensoppgave fra søsteremne

En etablert vaksine gir immunitet mot en kjent virusinfeksjon blant 90% av de vaksinerte.

Et legemiddelfirma har utviklet en ny vaksine og de ønsker å undersøke om den nye vaksinen er mer effektiv enn den som allerede er i bruk, de vil med andre ord undersøke om andelen av populasjonen som blir immune ved bruk av den nye vaksinen er høyere enn for de som får den gamle vaksinen.

1000 forsøkspersoner vaksineres med den nye vaksinen og forekomst av antistoffer måles. 912 av forsøkspersonene hadde antistoffer og oppnådd immunitet.

- Formuler og begrunn en statistisk modell for fordelingen av dataene i forsøket.

- Formuler en hypotesetest fra situasjonen over.

Over til Mentimeter

Spørsmålet gir den alternative hypotesen!

- Vi må kunne regne på sannsynlighetsfordelingen når nullhypotesen er sann: derfor vil nullhypotesen være at en parameter har en kjent verdi (=)
- Hypotesene er om en parameter i en populasjon, og aldri om en stokastisk variabel

14A

Innledning: En produsent av vaskemaskiner påstår at gjennomsnittlig levetid, μ, for sine vaskemaskiner er 5 år. En gruppe kunder mistenker at dette ikke stemmer og at levetiden er mindre enn hva produsenten påstår.

Oppgave: Hvilken nullhypotese, H_0, og alternativ hypotese, H_1, bør kundegruppen benytte i en slik situasjon?

Velg ett alternativ:

A $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu > 5$

B $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$

C $H_0 : \mu > 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$

D $\boxed{H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu < 5}$

E $H_0 : \mu = 5 \text{ mot } H_1 : \mu \neq 5$

F $H_0 : \mu \neq 5 \text{ mot } H_1 : \mu = 5$

Læringsmål: Hypotesetest

3. Definere Type I-feil, styrke og Type II-feil. Forklare hvorfor det er vanskelig å få liten type I-feil og høy styrke samtidig.

4. Definere og forklare hva som menes med signifikansnivået α, og vurdere hva som er et riktig nivå for en hypotesetest.

Formelark

7 Hypotesetesting

Noen begreper:

- *Type I-feil:* Forkaste nullhypotesen H_0 selv om H_0 er sann.
- *Type II-feil (eller type 2-feil):* Ikke forkaste nullhypotesen H_0 selv om den alternative hypotesen H_1 er sann.
- *Teststyrke:* Teststyrken til en test er sannsynligheten for å forkaste nullhypotesen H_0 til fordel for den alternative hypotesen H_1 når den alternative hypotesen er sann og vi kjenner den riktige parameterverdien.
- *P-verdi:* P-verdien er sannsynligheten for det vi har observert, eller noe mer ekstremt i retning den alternative hypotesen H_1, når vi antar at nullhypotesen H_0 er sann.

Disse begrepene er nå lagt til - siden eksamen er så tidlig.

(Vil trolig fjernes fra formelarket neste studieår.)

Over til Mentimeter

	Ikke forkaste H_0	Forkaste H_0
H_0 sann	Korrekt	Type I feil
H_0 falsk	Type II feil	Korrekt

Hypotesetesting vs. rettssak

Spørsmål: er tiltalt person skyldig i forbrytelse?

Nullhypotesen: den tiltalte er ikke skyldig

Alternativ hypotese: den tiltalte er skyldig

Type I-feil: forkaste nullhypotesen når den er sann=si at den tiltalte er skyldig når hen ikke er det = justismord

Type II-feil: ikke forkaste nullhypotesen når den er usann=ikke dømme den tiltalte når den tiltalte er skyldig= la en skyldig gå fri

De to hypotesene er ikke likeverdig, og er man i tvil så beholder man (forkaster ikke) nullhypotesen.

Accepted the alternative= forkastet nullhypotesen

Det vi er mest redde for er å forkaste nullhypotesen når den er sann = type I-feil = justismord!

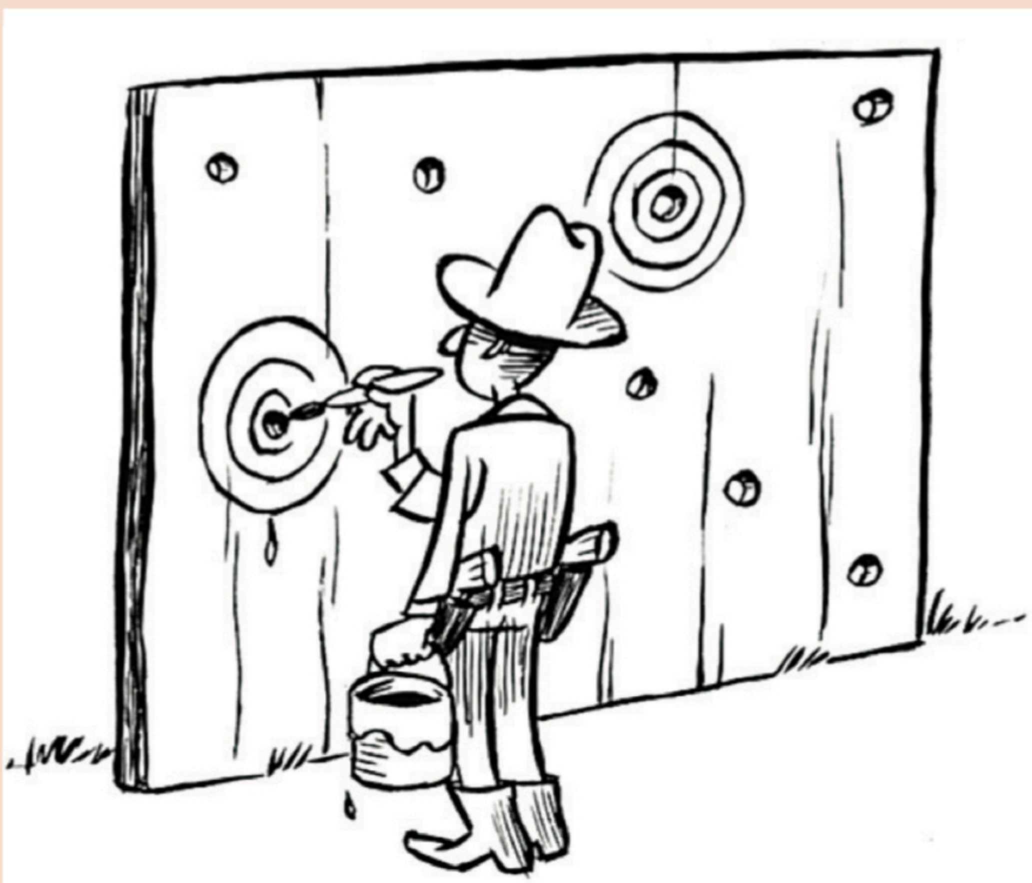
Valg av signifikansnivå α= hvor mye tåler vi at Type I-feilen skal være?

Standard: $\alpha = 0.05$

1) **Sette opp hypotesene**

2) **Samle inn data**

Figure 2. HARKing (Hypothesizing After the Results are Known) is an instance of the Texas sharpshooter fallacy. Illustration by Dirk-Jan Hoek, CC-BY.



Reproducibility Project: Psychology /

Estimating the Reproducibility of Psychological Science

3.0MB | Public | 38 | ...

Contributors: Brian A. Nosek, Johanna Cohoon, Mallory C. Kidwell, Jeffrey R. Spies

Affiliated institutions: University of Virginia, Center For Open Science

Date created: 2015-07-20 07:42 PM | Last Updated: 2018-09-18 12:32 PM

Category: Communication **97%** **36%**

Description: Reproducibility is a defining feature of science, but the extent to which it characterizes current research is unknown. We conducted replications of 100 experimental and correlational studies published in three psychology journals using high-powered designs and original materials when available. Replication effects were half the magnitude of original effects, representing a substantial decline. Ninety-seven percent of original studies had statistically significant results. Thirty-six percent of replications had statistically significant results; 47% of original effect sizes were in the 95% confidence interval of the replication effe

Læringsmål: Hypotesetest

5. Forklare hva som menes med en testobservator, og gi eksempler på testobservatorer.

6. Kjenne fordelingene til testobservatorer for μ og p under antagelser om normal og binomisk koblet med sentralgrenseteoremet.

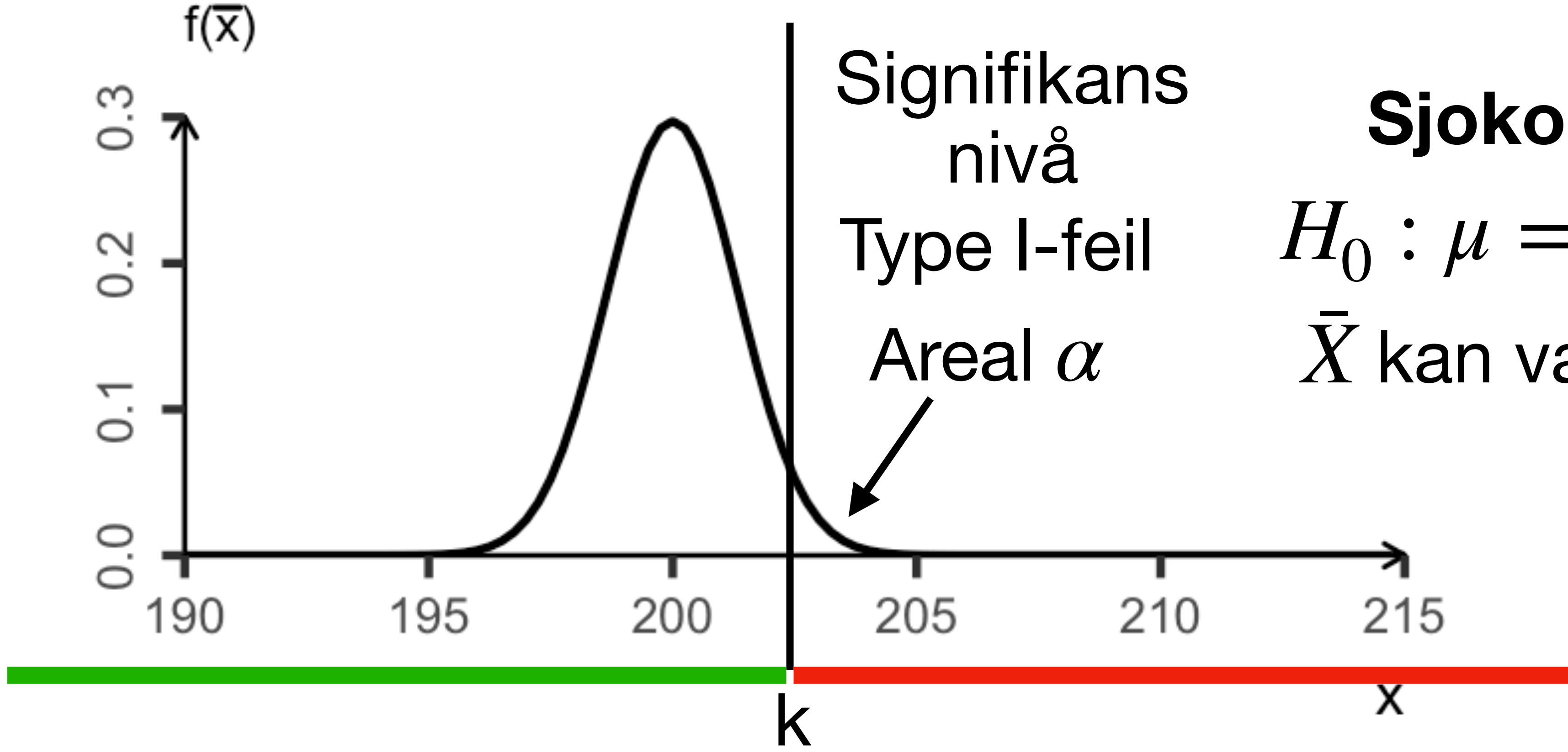
7. Definere forkastningsområdet til en testobservator.

9. Utføre en hypotesetest med et gitt signifikansnivå for μ og p både ved å beregne forkastningsområdet og sammenligne observasjonene med dette,++

Sjokoladeplate-eksemplet

$H_0 : \mu = 200$ **mot** $H_1 : \mu > 200$

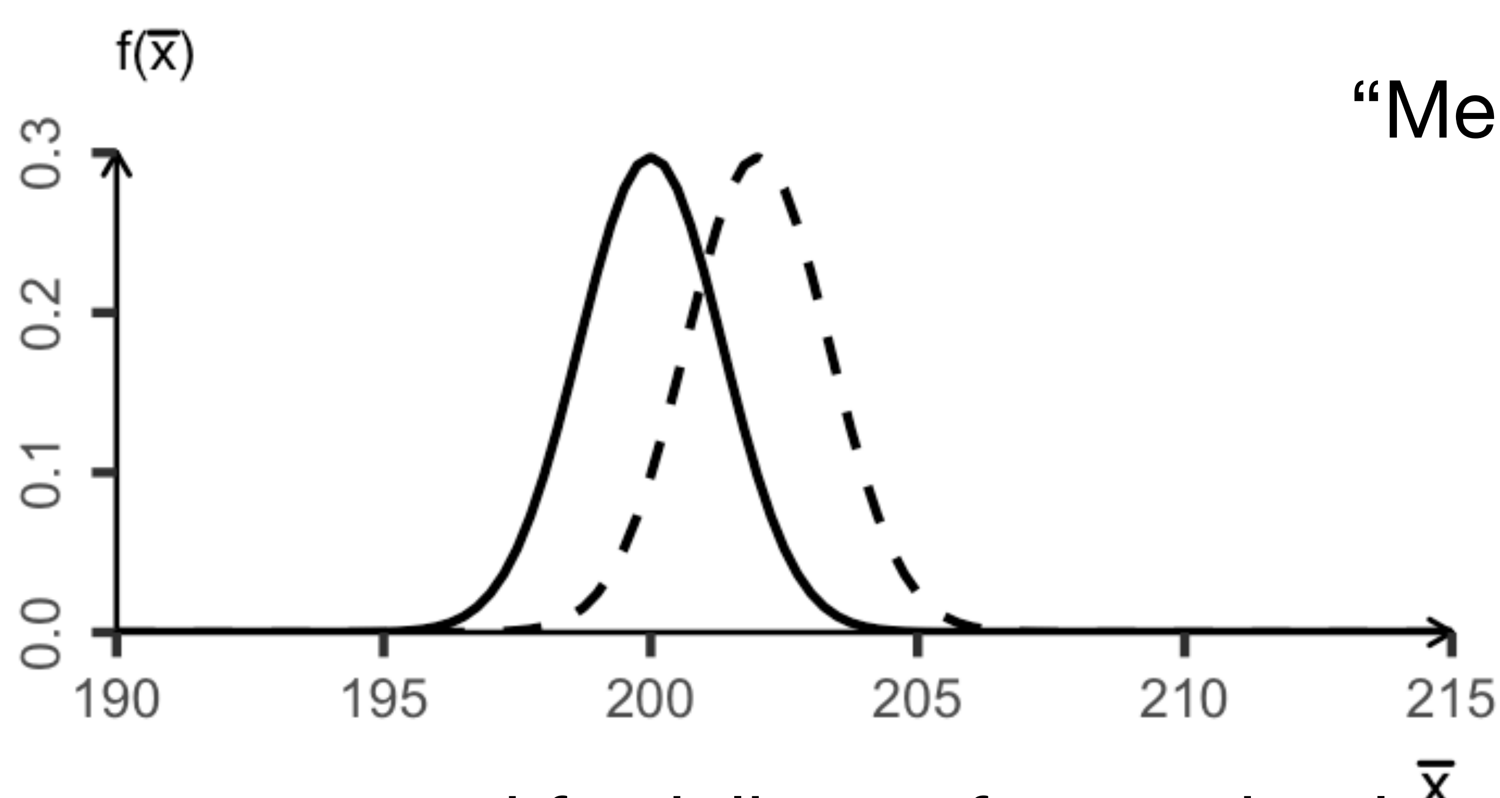
$\bar{X}$ kan være testobservator for μ



Fordeling til testobservator når nullhypotesen er sann

“Mer generelt” $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

k blir da kritisk verdi i standard normalfordelingen



.. sammen med fordelingen for en gitt alternativ hypotese

7.1 Forventningsverdi μ

Formelark

Testobservator for $H_0 : \mu = \mu_0$ mot

1. $H_1 : \mu \neq \mu_0$, eller

2. $H_1 : \mu > \mu_0$, eller

3. $H_1 : \mu < \mu_0$,

dersom standardavviket σ er *kjent* (Z-test):

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

og dersom standardavviket er *ukjent* (T-test):

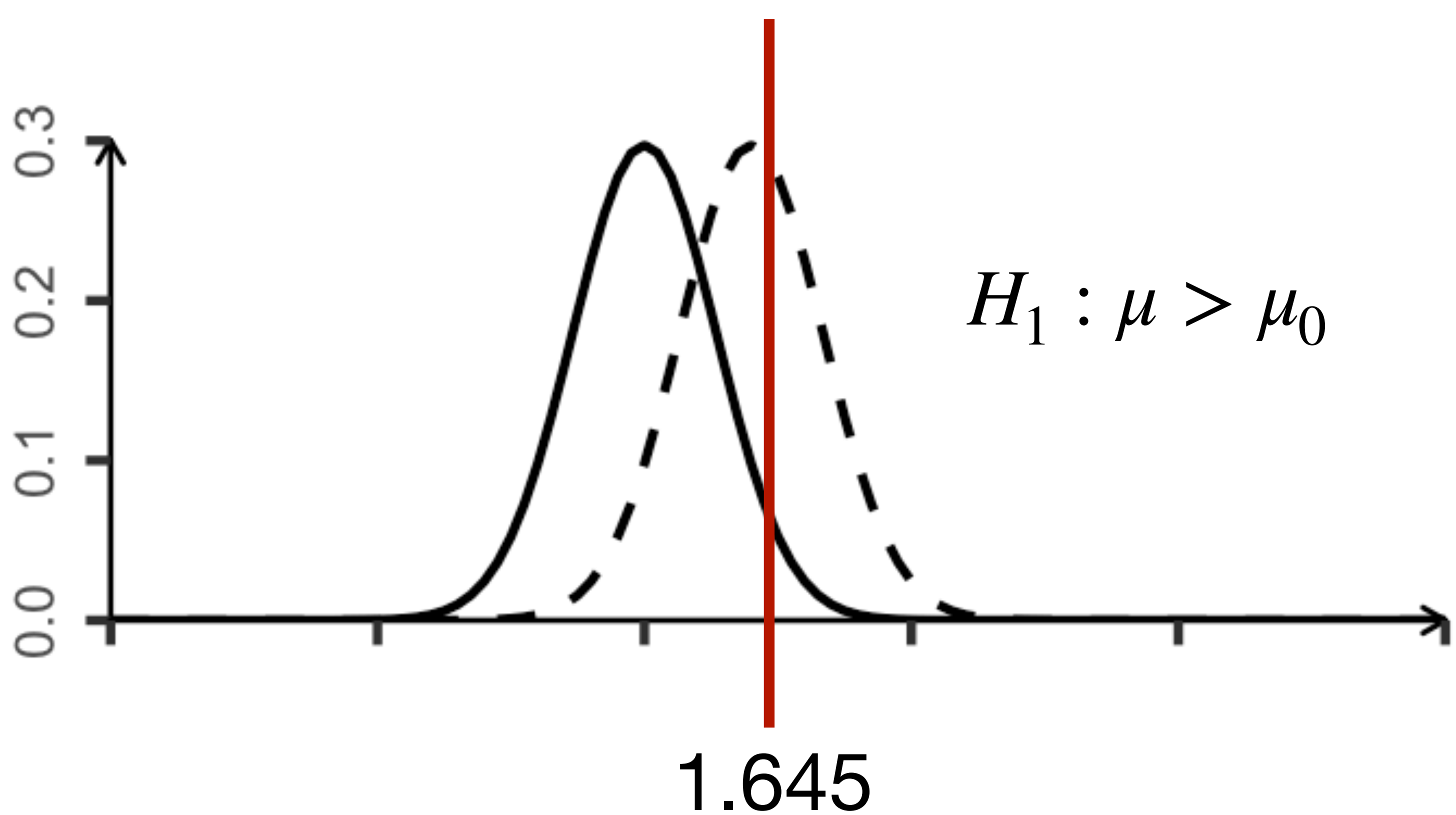
$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \overset{H_0}{\sim} t_{n-1}$$

7.2 Sannsynligheten p i binomisk fordeling

Testobservator for $H_0 : p = p_0$ (Z-test):

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{H_0}{\approx} N(0,1)$$

Over til Mentimeter



0.0
0.1
0.2
0.3
$H_1 : \mu > \mu_0$
1.645

Læringsmål: Hypotesetest

8. Definere hva p-verdi er, og kunne regne ut denne når vi har observert data i et datasett. Vite hvordan bruker p-verdien til å bestemme om en nullhypotese skal forkastes.

9. Utføre en hypotesetest… ved å beregne p-verdien og sammenligne den med α (for normalfordelingen bare når sigma er kjent).

7 Hypotesetesting

Formelark

Noen begreper:

- *Type I-feil:* Forkaste nullhypotesen H_0 selv om H_0 er sann.

- *Type II-feil (eller type 2-feil):* Ikke forkaste nullhypotesen H_0 selv om den alternative hypotesen H_1 er sann.

- *Teststyrke:* Teststyrken til en test er sannsynligheten for å forkaste nullhypotesen H_0 til fordel for den alternative hypotesen H_1 når den alternative hypotesen er sann og vi kjenner den riktige parameterverdien.

- *P-verdi:* P-verdien er sannsynligheten for det vi har observert, eller noe mer ekstremt i retning den alternative hypotesen H_1, når vi antar at nullhypotesen H_0 er sann.

Over til Mentimeter

Prøveeksamen

$H_0 : \mu = 0.15$ **mot** $H_1 : \mu > 0.15$

b) Vi har samla inn data og får oppgjedd at gjennomsnittet av fosforinnhaldet i 12 uavhengige prøver av utsleppsvatnet vart 0.158 mg/l. Bruk signifikansnivå 5% og utfør hypotesetesten. Kva blir konklusjonen?

Vel eitt alternativ

- Testobservatoren er mindre enn kritisk verdi og vi forkastar nullhypotesen.
- Testobservatoren er større enn kritisk verdi og vi forkastar ikkje nullhypotesen.
- Testobservatoren er større enn kritisk verdi og vi forkastar nullhypotesen.
- Testobservatoren er mindre enn kritisk verdi og vi forkastar ikkje nullhypotesen.

c) Rekn ut *p*-verdien til testen. Oppgje svaret med 4 desimalar, til dømes 0.1234 eller 0.9876.

Læringsmål: Hypotesetest

10. Kunne regne styrken til en test (basert på normalfordelingen)

11. Kjenne til sammenhengen mellom en tosidig hypotesetest og et konfidensintervall for normalfordelte data.

7 Hypotesetesting

Formelark

Noen begreper:

- *Type I-feil:* Forkaste nullhypotesen H_0 selv om H_0 er sann.
- *Type II-feil (eller type 2-feil):* Ikke forkaste nullhypotesen H_0 selv om den alternative hypotesen H_1 er sann.
- *Teststyrke:* Teststyrken til en test er sannsynligheten for å forkaste nullhypotesen H_0 til fordel for den alternative hypotesen H_1 når den alternative hypotesen er sann og vi kjenner den riktige parameterverdien.
- *P-verdi:* P-verdien er sannsynligheten for det vi har observert, eller noe mer ekstremt i retning den alternative hypotesen H_1, når vi antar at nullhypotesen H_0 er sann.

Prøveeksamen

6 Oppgåve 6: Hypotesetest for fosfor i utsleppsvatn

Innleiing:

I denne oppgåva skal vi sjå på utslepp av fosfor frå eit kommunalt kloakkrenseanlegg. Renseanlegget har tatt i bruk nytt utstyr og fått oppgjedd at mengda fosfor i like store prøver tatt på ulike dagar vil vere uavhengige av kvarandre og normalfordelte med forventningsverdi $\boldsymbol{\mu}$ mg/l som ikkje overskrid 0.15 mg/l, og standardavvik $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0.02}$ mg/l.

Spørsmål:

a) Vi vil bruke målinger av fosforinnhald i utsleppsvatnet til å utføre ein hypotesetest der vi testar om vi har grunnlag for å konkludere at gjennomsnittleg mengde fosfor i utsleppsvatnet i det lange løp skal vere større enn 0.15 mg/l, slik at tiltak må iverksetjast.

Kva alternativ hypotese set vi opp?

Vel alternativ (μ = 0.15, μ ≠ 0.15, μ > 0.15, μ < 0.15)

Innleiing:

b) Vi har samla inn data og får oppgjedd at gjennomsnittet av fosforinnhaldet i 12 uavhengige prøver av utsleppsvatnet vart 0.158 mg/l. Bruk signifikansnivå 5% og utfør hypotesetesten. Kva blir konklusjonen?

Vel eitt alternativ

- Testobservatoren er mindre enn kritisk verdi og vi forkastar nullhypotesen.
- Testobservatoren er større enn kritisk verdi og vi forkastar ikkje nullhypotesen.
- Testobservatoren er større enn kritisk verdi og vi forkastar nullhypotesen.
- Testobservatoren er mindre enn kritisk verdi og vi forkastar ikkje nullhypotesen.

$P(Z > z_\alpha \mid$ **men nå er** $\mu = 0.17$ **sann verdi**$)$

c) Rekn ut *p*-verdien til testen. Oppgje svaret med 4 desimalar, til dømes 0.1234 eller 0.9876.

d) Leiinga ved renseanlegget ønsker å studere testen frå b) nærare.
Vi antak fremleis at $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0.02}$ mg/l og at signifikansnivå 5% vert nytta, og at testen er basert på 12 målinger. Rekn ut styrken til testen for alternativet $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{0.17}$ mg/l. Oppgje svaret med 4 desimalar, til dømes 0.1234 eller 0.9876.

Uke 9: Lineær regresjon

Lineær regresjon
Del 1
Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Kobling til uke 1 med korrelasjon

→

Lineær regresjon
Del 2

Modellantagelser, minste kvadratssums estimatorer, prediksjon

→

Lineær regresjon
Del 3
Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Stigningstall og R^2

→

Lineær regresjon
Del 4
Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Modellantagelser

→

Sensordata fra Garmin løpeklokke: Lineær regresjon

→

Eksempler på datasett for lineær regresjon

→

STACK

→

Campus-forelesning

Prøveeksamen

7 Oppgave 7: Lineær regresjon og blodceller

MERK: Hvis det til eksamen 29.10 blir gitt en oppgave om lineær regresjon, vil følgende oppgave være nivået til en slik oppgave, og mer komplekse aspekter av pensum om lineær regresjon vil **ikke** testes på eksamen 29.10 - men vil være en viktig del av prosjektdelen. Dette er fordi eksamen kommer så tidlig i 2021 (og dette vil da ikke gjelde kontinuasjonseksamen eller senere eksamener i fellesdelen).

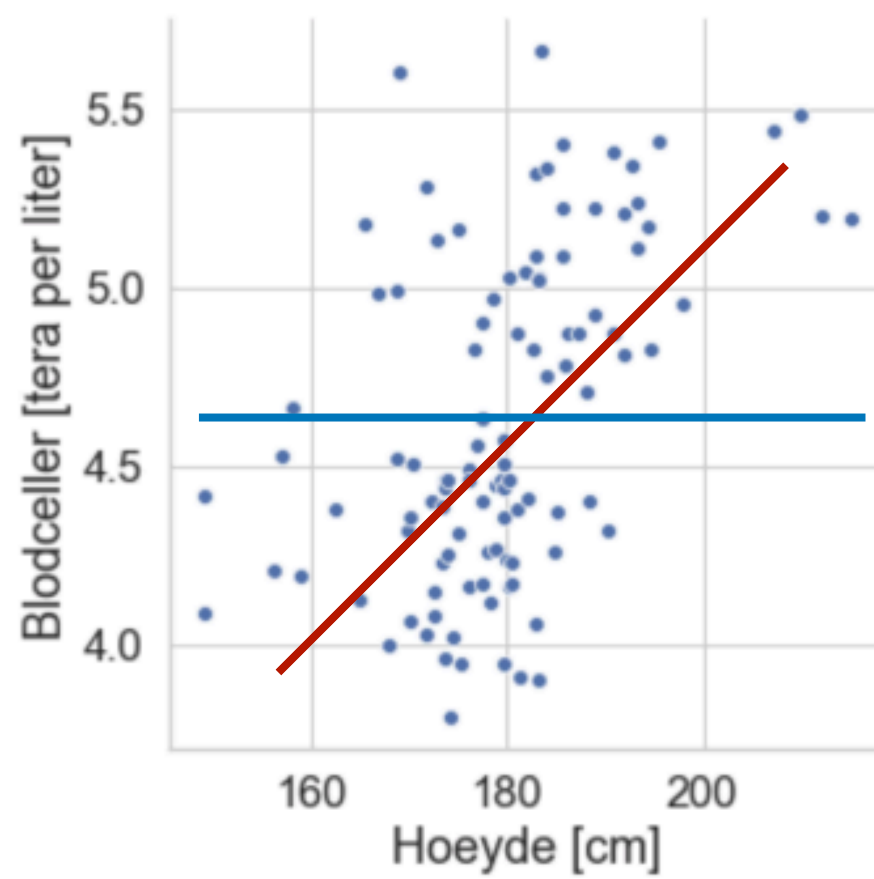
Innledning:

Vi skal studere antallet røde blodceller (per liter blod) til ulike idrettsutøverer. Målet er å undersøke hvordan antallet røde blodceller varierer med høyde.

Datasettet består av informasjon for 105 idrettsutøverer og om inneholder følgende variabler:

- Blodceller: antall røde blodceller, oppgis som antall/10^{12} per liter ("tera pr liter" i plottet under)
- Hoeyde: høyde i cm

Et kryssplott av data er vist under.



Spørsmål:

a) Den empiriske korrelasjonskoeffisienten mellom Hoeyde og Blodceller kan regnes ut, men du skal fra kryssplottet over velge det korrekte utsagnet om denne empiriske korrelasjonskoeffisienten mellom Hoeyde og Blodceller:

Innleiing: Ein lineær regresjonsmodell $Y = \beta_0 + \beta_1\, x + \varepsilon$ har blitt tilpassa i Python, der responsen Y er Blodceller og forklaringsvariabelen (kovariaten) x er Hoeyde. Deler av utskrifta (*modell.summary()*) er synt her. Bruk utskrifta til å svare på spørsmål b, c og d.

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	1.0669	0.630	1.692	0.094	-0.183	2.317
Hoeyde	0.0199	0.004	5.669	0.000	0.013	0.027

Spørsmål:

b) Kva vart den estimerte regresjonslinja?

Vel eitt alternativ

- $\hat{y}= 0.630 + 0.004\, x$
- $\hat{y} = 0.630 + 1.692\, x$
- $\hat{y} = 0.0199 + 5.669\, x$
- $\hat{y}= 0.0199 + 0.004\, x$
- $\hat{y} = 1.0669 + 0.0199\, x$
- $\hat{y} = 1.0669 + 0.630\, x$

c) Kva hypotesetest utførast i utskrifta i linja som startar med ”Hoeyde” ?
Vel eitt alternativ

- $H_0 : \beta_1 = 0.004 \text{ mot } H_1 : \beta_1 \neq 0.004$
- $H_0 : \beta_1 = 1 \text{ mot } H_1 : \beta_1 \neq 1$
- $H_0 : \beta_1 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_1 \neq 0$
- $H_0 : \beta_1 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_1 > 0$
- $H_0 : x \leq y \text{ mot } H_1 : x < y$
- $H_0 : \beta_1 = 0 \text{ mot } H_1 : \beta_1 < 0$
- $H_0 : \beta_1 = 0.0199 \text{ mot } H_1 : \beta_1 \neq 0.0199$

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	1.0669	0.630	1.692	0.094	-0.183	2.317
Hoeyde	0.0199	0.004	5.669	0.000	0.013	0.027

d) Sjå på linja som startar med "Hoeyde". Kva for eit av dei følgjande utsagna er korrekte?

Vel eitt alternativ

- Vi forkastar nullhypotesa
- Kovariaten "Hoeyde" har ingen effekt i regresjonen
- Vi beheld nullhypotesa
- Stigningstallet er ikkje forskjelleg frå 0

ISTA/G/T 1001/2/3
Statistikk for ingeniører

Informasjon

Informasjon om emnet

Arbeidskrav, pensum og ressurser

Referansegruppe og fagteam

Digital plenumstime

ISTA: Campus Ålesund

ISTG: Campus Gjøvik

ISTT1001/3: Campus Trondheim

ISTT1002: Campus Trondheim

Undervisning og øvinger

Fellesmodul

STACK-øvinger

Python/Jupyter

Digitalt forum

Prosjektgrupper: påmelding og kontrakt

Eksamen

Informasjon om eksamen

Formelark og tabeller

Tidligere eksamensoppgaver

Eksamensforberedelser og prøveeksamen

Eksamensforberedelser og prøveeksamen

- **Eksamensforberedelser**
- **Digital skoleeksamen generelt**
- **Spesielt for ISTx100y**
- **Prøveeksamen**
- **Løsningsskisse utvalgte STACK-oppgaver**

ISTA/G/T 1001/2/3
Statistikk for ingeniører

Fellesmodul: Uke 10

Introduksjon

Denne uke skal du jobbe mot eksamen fredag 29.10 kl 9.00-12.00!

Ukas aktiviteter:

1. **Mest relevant er det å jobbe med prøveeksamen (se under), dernest eksamen fra konten 2021 og høsten 2020 (som du finner under Tidligere eksamensoppgaver) og dernest STACK-oppgavene i år, og deretter eldre eksamensoppgaver.**
2. Du har *muligheten* for å starte uka med å følge den digitale plenumsforelesningen som zoom-webinar på mandag 25.oktober kl 14.15-15.00 (se info under - samme lenke hele semestret). Her kan du være med å bestemme hva vi skal snakke om ved å stille spørsmål under https://mattelab.math.ntnu.no/c/istx100y/eksamenssporsmal/160
3. Du kan se repetisjonsvideoer fra hele fellesdelen (minus det nye om Weibull og pålitelighet i uke 5). Disse finner du i Panopto, se lenker under.
4. Du kan repetere alle STACK-øvingene ved å se på "Repetisjonssettene": stack.math.ntnu.no
5. Du kan selvfølgelig se på Jupyter-notatbøker, men de kan du ikke bruke på eksamen. Du *kan* få utskrift fra Python på eksamen. s.ntnu.no/isthub. Se oppgave 7 i Prøveeksamen som et eksempel på det.
6. Du får hjelp med eksamensspørsmål på på din campus (se under campussidene) eller ved å stille spørsmål i forumet under ekssamensspørsmål:https://mattelab.math.ntnu.no/c/istx100y/eksamenssporsmal/160 eller av Mette på zoom (lenke for påmelding under).
7. For de som ikke har fått godkjent 6 av 9 øvinger er aller siste frist STACK øving 9 onsdag 28.10 kl 23.59. Alle som mangler øvinger har fått henvendelse fra Eksamenskontoret eller fra Siebe og Siebe er kontaktperson ved spørsmål om dette.
8. **Fredag 29.10 møter du opp på anvist sted - det er klart 3 dager før på StudWeb. Husk å være der i god tid før kl 9.00 og ha med PC, kabler, kalkulator, skrivesaker, mat/drikke - og gyldig studentlegitimasjon!** **https://innsida.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/Regler+for+eksamen**

eksamensoppgaver

Eksamensforberedelser og prøveeksamen

Fellesmodul: Uke 10

Repetisjonsvideo

Her er en repetisjonsvideo med Thea, som er hun som har laget alle temavideoene. Videoen ble laget i 2020, men er like relevant i 2021!

Video: oversiktsforelesning

Slides: oversiktsforelesning.pdf

Notater: notateroppsummering.pdf

Veiledning på zoom tirsdag 26.10 og onsdag 27.10

Har du faglige spørsmål og vil møte koordinator Mette på zoom for veiledning i uke 10?

Meld deg på 15-minutters møter her for tirsdag 26.10 kl 13.15-16 og onsdag 27.10 kl 13.15-16.
Påmelding zoom-veiledning med Mette

Relevante eksamensoppgaver fra søsteremne

I TMA4240/45 Statistikk (for sivilingeniører) har vi funnet frem til eksamensoppgaver som også er relevante i ISTx100y Statistikk. De er koblet til ulike tema i vårt emne. Her betyr [L]=lett, [M]=middels og [V]=vanskelig, for å klassifisere en eksamensoppgave i vårt emne ISTx100y. (De vanskelige oppgavene i TMA4240 var utenfor vårt pensum.) Det er som dere ser flest oppgaver fra det lette stoffet - og disse oppgavene/videoene er dermed mest for deg som sliter og har som mål å få E-C.

Hva gjenstår av fellesmodulen?

Uke 9 (18.oktober): Andre møte med referansegruppa

Uke 10 (25.oktober) Oppsummering - og forberedt Q&A for faglige spørsmål? Eller noe annet?

Hvilke aktiviteter ønsker du i uke 10?

Hvilke spørsmål eller tema vil du ha svar på?

Svar til referansegruppa eller til Mette, gjerne på Forumet til Koordinator eller Eksamensspørsmål

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i ISTA1001, ISTA1002, ISTA1003, ISTG1001, ISTG1002, ISTG1003, ISTT1001, ISTT1002, ISTT1003 Statistikk

Eksamensdato: 29.10.2021

Eksamenstid (fra-til): 09:00 – 12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C
Godkjent kalkulator
Formelark og fem tabeller (binomisk kumulativfordeling, Poisson kumulativfordeling, normal kumulativfordling, normalfordeling kritisk verdi og t-fordeling kritisk verdi) er lagt ved eksamen som pdf-filer

Faglig kontakt under eksamen: Mette Langaas (988 476 49)

ANNEN INFORMASJON:

Formelark | Tabell: binomisk kumulativ s… | Tabell: Poisson kumulativ sa… | Tabell: normal kumulativ san… | Tabell: kritisk verdi i normalfo… | Tabell: kritisk verdi i t-fordelin…