

Eks: celledeling

①

$n = 3 \times 10^9$ basepar langs genomet

alle skal kopieres ved celledeling

En feil ved kopiering kalles en mutasjon

• • • • •

↑

$p = P(\text{mutasjon}) = 5 \cdot 10^{-10}$ på hver posisjon

Vi kan anta uavhengighet mellom mutasjoner

X = antall mutasjoner innen celledeling

$X \sim \text{binom}(n = 3 \times 10^9, p = 5 \cdot 10^{-10})$

$E(X) = np = 1.5$ [Pbtt]

↓ tilnærmet asymptotisk lik

$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 1.5)$ [Plott]

→ fordi
n stor
og
p liten

Binomisk
forsøksrekke

Poisson-
prosess

Poissonprosess (uformelt)

(2)

* Uavhengighet mellom ikke-overlappende 'segmenter' (tidsintervall / område)

* konstant forventet rate λ

eks λ = forventet antall hendelser / time

/km

/m²

* to hendelser kan ikke skje
nøyaktig på samme tid / sted

/sekund etc.

Er dette Poissonprosesser?

1. Nei, ulik rate i forelesning og pause

2. Ja kanskje?

3. Nei, noen strekning mer utsatt

Oppg. 1

X = antall mål i 1 kamp ($t=1$)

$E(X) = 2.5 \rightarrow \lambda = 2.5$ mål/kamp (forventet rate)

$$a) P(X=1) = \frac{(\lambda)^1}{1!} e^{-\lambda} = 2.5 \cdot e^{-2.5} = 0.205$$

$$b) P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = 1 - e^{-2.5} = 0.92$$

[+ slide med historiske data
prikke = punktsanns. Poisson
stolpe = observasjoner]

... (faint handwritten notes)

(3)

c) T = tid til første mål i VM-kampTrekspontial (λ)

$$E(T) = 1/\lambda = 1/2.5 = 0.4 \text{ "kamp"}$$

antall at tidsenheten "kamp" $\approx 95 \text{ min}$

$$\rightarrow E(T) \approx 38 \text{ minutter}$$

OPPG 2

| obs: selv om tidsenheten vi jobber med er 1 time, så tenker vi på tid som kont.

a) X = antall el-lastebiler i 1 time ($t=1$)

$$X \sim \text{Poisson}(3)$$

$$\uparrow \lambda t = 3 \cdot 1 = 3$$

$$P(X=2) = \frac{3^2}{2!} e^{-3} = \frac{9}{2} e^{-3} = 0.224$$

b) X_2 = antall el-lastebiler i 2 timer ($t=2$)

$$X_2 \sim \text{Poisson}(6)$$

$$\uparrow \lambda t = 3 \cdot 2 = 6$$

$$P(X_2 > 4) = 1 - P(X_2 \leq 4) = 1 - 0.2851 \approx 0.715$$

$\uparrow$
tabell

c) Alt 1: $X_{1/2}$ = antall i 1/2 time $t=1/2$

$$P(X_{1/2} > 0) = 1 - P(X_{1/2} = 0) = 1 - e^{-3 \cdot \frac{1}{2}} = 1 - e^{-3/2} = 0.777$$

Alt 2: T = tid mellom hendelser $T \sim \text{Eksponential}(3/\text{time})$

$$P(T \leq 1/2 \text{ time}) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-3 \cdot \frac{1}{2}} = 0.777$$

(4)

d) T : kjørelengde oppdrag

$$T \sim \text{Weibull}(\alpha = 1.5, \lambda = 1/100)$$

$$P(T > 200 \text{ km}) =$$

$$1 - P(T \leq 200 \text{ km}) = 1 - (1 - e^{-(\lambda t)^\alpha})^{\alpha = 1.5}$$

$$= e - \left(\frac{1}{100} \cdot 200\right)^{1.5}$$

$$= e^{-2^{1.5}} = 0.059$$

(se også i figur!)



e) Rekkevidde = 250 km

fullføres da 2x kjørelengde oppdrag < 250

→ kjørelengde oppdrag < 125

$$P(T \leq 125) = 1 - e^{-\left(\frac{1}{100} \cdot 125\right)^{1.5}} \approx 0.753$$

X_L : antall feil på ladekabel ila 2 år

$$X_L \sim \text{Poisson}(\underbrace{\lambda_L \cdot t}_{=1})$$

X_G : antall feil på gir ila 2 år

$$X_G \sim \text{Poisson}(\underbrace{\lambda_G \cdot t}_{=4})$$

$$E(X_L) = 1 \text{ (feil)} \quad E(X_G) = 4 \text{ feil}$$

kostnad ila 2 år

$$Y = 3000 X_L + 4000 X_G$$

$$\begin{aligned} \text{i) } E(Y) &= 3000 E(X_L) + 4000 E(X_G) \\ &= 3000 + 4000 = 7000 \text{ kr} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } SD(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y) &= \text{Var}(3000 X_L + 4000 X_G) \\ &= 3000^2 \underbrace{\text{Var}(X_L)}_1 + 4000^2 \underbrace{\text{Var}(X_G)}_4 \end{aligned}$$

$$= 3000^2 + 4 \cdot 4000^2$$

$$SD(Y) = \sqrt{3000^2 + 4 \cdot 4000^2}$$

$$= 3605,551 \text{ kr,}$$

husk uavhengige!
 $\text{cov}(X_L, X_G) = 0$

OBS! I Poissonfordelingen
 er forventning og
 varians det
 samme!