ISTT100Y, uke 7 fellesmodul, 2024

$\bar{X}$: vekt i gram til tilfeldig valgt twist (med papir)

Diskusjon $E(\bar{X})$, $SD(\bar{X})$

$E(\bar{X}) = \theta$ — populasjons-gjennomsnitt

$SD(\bar{X}) = \sigma$ — Variasjon mellom typer og 'støy' i produksjon

Mentimeter

+ Gjennomgang datainnsamling

Tilfeldig utvalg

$X_1, X_2, \ldots, X_{20}$

$E(X_i) = \theta$

$Var(X_i) = \sigma^2$

$SD(X_i) = \sigma$

uavhengige

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{20} X_i}{20}$$

estimator for θ, gir estimat for θ ved observasjon

$$\underbrace{E(\bar{X}) = \theta}_{\text{forventningsrett estimator for } \theta}$$

$$S^2 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2$$

estimator for σ^2

$E(S^2) = \sigma^2$

S^2 forventningsrett for σ^2 fordi vi deler på $n-1$

$S = \sqrt{S^2}$ estimator for σ

observasjoner

$x_1, x_2, \ldots, x_{20}$

eks $x_1 = 10g$

$x_2 = 7g$ osv

merk variasjon mellom typer og i samme type

histogram

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = 6.75g$$

$$s^2 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 1.67g^2$$

$$s = \sqrt{2} = 1,29g$$

estimat på $\theta = E(X_i)$

estimat på $\sigma^2 = Var(X_i)$

estimat på $\sigma = SD(X_i)$

Merk :

Det kan se ut som om

$$X_i \sim N(\theta, \sigma)$$

Vekt av tilfeldig trukket twist

vi tror 6.75 $\hat{\theta}$

vi tror 1.29

Estimator for θ :

$\bar{X}$ der $E(\bar{X}) = \theta$ og $Var(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$,

$$SD(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

"Standardfeil til estimat" her

~~omtrent~~ $\frac{1.29}{\sqrt{20}} \approx 0{,}29$

Antar $X_1, X_2, \dots, X_{20}$ uavhengige og normalfordelte

$$\bar{X} \sim N\left(\theta, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

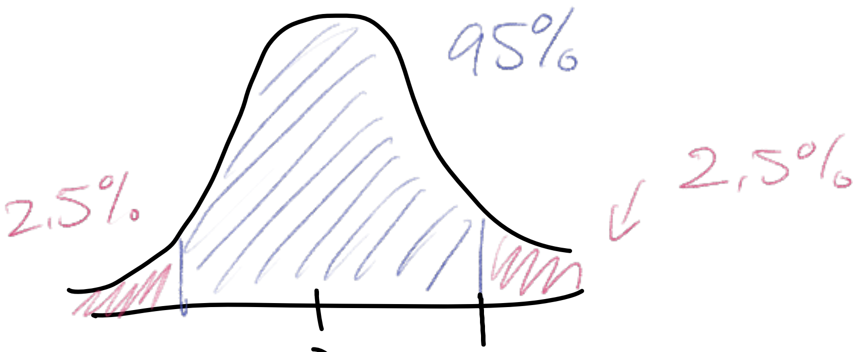
fordelingen til estimator for θ

95% KI

utgangspunkt

$$Z = \frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

"standardisering"



$-z_{0.025} = -1.96$ $\qquad z_{0.025} = 1.96$

(se tabell)

$$P(-1{,}96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$\vdots$

$$P\left(\bar{X} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{X} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$$

skisse

95% sjanse for nedre grense til venstre og samtidig øvre grense til høyre.

95% KI, utregnet

$$\left[\bar{x} - 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{20}}, \bar{x} + 1{,}96\frac{\sigma}{\sqrt{20}}\right]$$

6,75 6,75

~~AS~~ σ, denne er ukjent, men estimert 1,29

$\approx [6.18, 7.32]$

pga estimert σ og avrunding

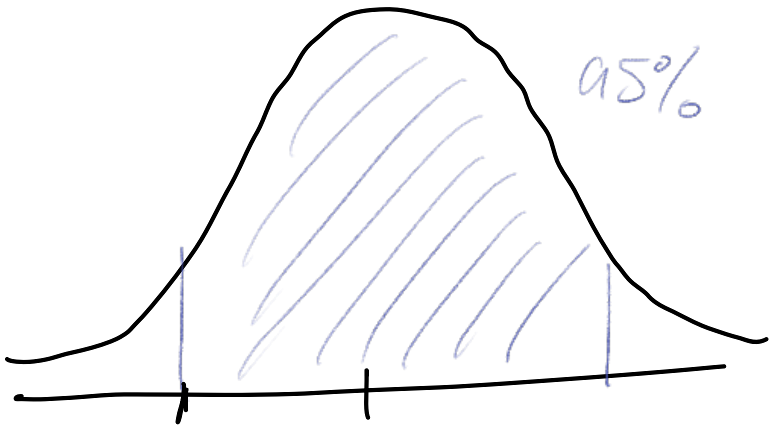
Forbedret metode

$$\frac{\bar{X} - \theta}{S/\sqrt{n}}$$ der $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\bar{X}_i - \bar{X})^2}$

har en t_{n-1}-fordeling

her $n = 20$
$n-1 = 19$

(visualisering)



$-t_{0.025,19}$ 0 $t_{0.025,19}$

$= 2.093$ $= 2{,}093$

ikke $-1{,}96$, men ganske like

95% KI, som tar hensyn til estimering av σ:

$$\left[\underbrace{\bar{x}}_{6.75} - 2{,}093\frac{\overset{1.29}{s}}{\sqrt{20}}\ ,\ \underbrace{\bar{x}}_{6.75} + 2{,}093\frac{\overset{1.29}{s}}{\sqrt{20}}\right]$$

$$= [6.14\ ,\ 7.35]$$

Merk: "ingeniørmetoden" sett inn $\boxed{2}$