

Velkommen!

Statistikk for ingeniører

Digital plenumstime UKE 7

Vi starter klokka 15:15

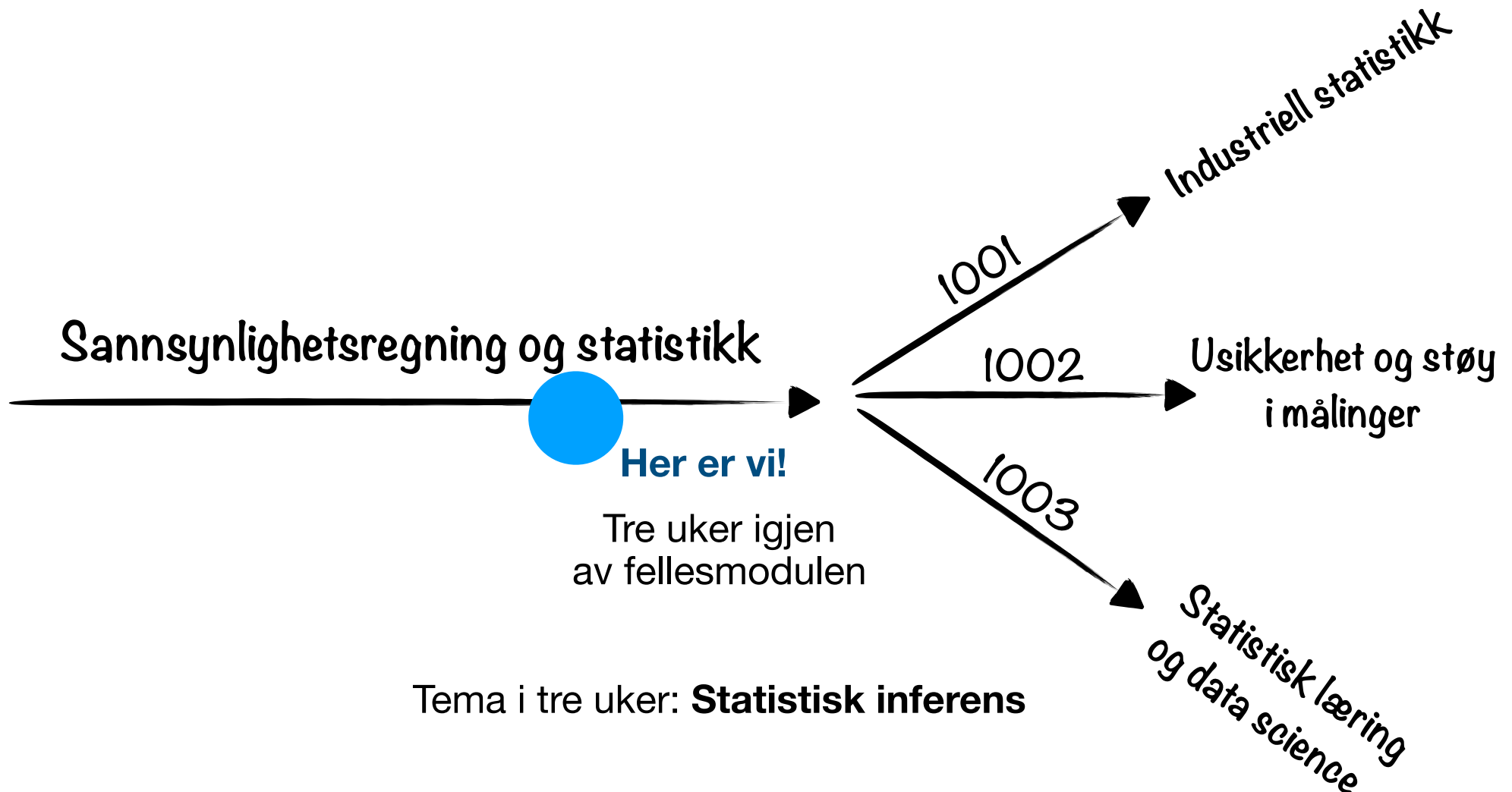
Skriv til oss i chat om du har spørsmål underveis

Det blir gjort opptak av denne timen :)

Thea Bjørnland, Institutt for matematisk fag, NTNU (Trondheim)

Fellesmodul (5 STP)
9 uker

Prosjektmodul (2.5 STP)
4-5 uker



statistisk metodelære

[Store norske leksikon](#) / [Realfag](#) / [Matematikk](#) / [Sannsynlighet og statistikk](#) / [Statistikk](#)

Statistisk metodelære er læren om metoder som brukes innen statistikk. Statistiske metoder er basert på sannsynlighetsbetraktninger og gir regler for statistisk inferens (analyse og tolking av innsamlede data). Metodene brukes til å gi konklusjoner av generell karakter for ukjente størrelser av interesse, til å vurdere sannsynligheten for feil konklusjon og til å planlegge ytterligere observasjoner og forsøk.

https://snl.no/statistisk_metodel%C3%A6re

Sentrale hjelpemidler for statistisk inferens er estimering, konfidensintervall og hypotesetesting.

Uke 7: Estimering

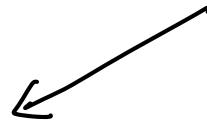
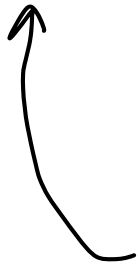
Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

ukjent (sann) størrelse

θ (θ eta)

← det er mulig
å finne θ , men
vanskelig

Vi kan estimere
 θ fra et utvalg
studenter



Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

skostr	hoyde
45	$x_1 = 188$
38.5	$x_2 = 170$
45	$x_3 = 192$
43	$x_4 = 180$

$$\bar{x} = 182,5 \text{ cm}$$

Vår gjetning på θ ,
estimat på θ

Stokastiske variabler : $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4$ ← høyde til 4 tilfeldig valgte studenter

↙ $\bar{x}$ ← gjennomsnittshøyden til $n=4$ tilfeldig valgte studenter
↗ stokastisk
↖ estimator for θ

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

Forsøk nr. 1

skostr	hoyde
45	188
38.5	170
45	192
43	180

$$\bar{x} = 182.5 \text{ cm}$$

Forsøk nr. 2

40	172
39	176
43	186
41	175

$$\bar{x} = 177.25 \text{ cm}$$

Sko strl.	Høyde (cm)
39	170
37	158
38	167
38	168

Forsøk nr. 3

$$\bar{x} = 165.75 \text{ cm}$$

39	165
45	193
42	175
38	165

Forsøk nr. 4.

$$\bar{x} = 174.5 \text{ cm}$$

Uke 7: Estimering

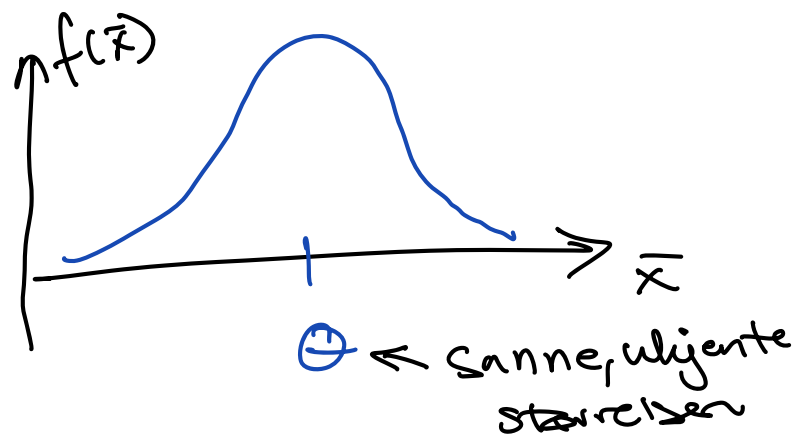
Θ (theta)

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

Hver gang vi trekker fire tilfeldige studenter fra ISTx100y-gjengen så får en vi en ny realisasjon av den stokastiske variabelen $\bar{X}$

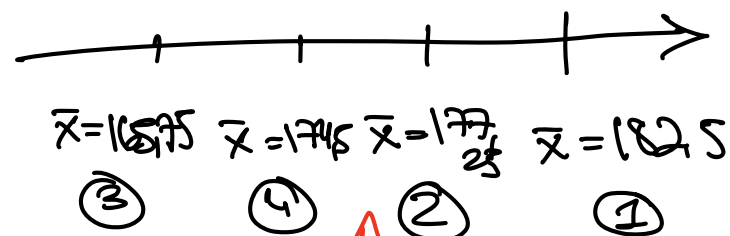
→ $\bar{X}$ også må ha en sannsynlighetsfordeling
syn

← eksempel



her $E(\bar{X}) = \Theta$ god egenskap :)

NB: observasjoner av $\bar{X}$



kanskje ligger Θ her?

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

skostr	hoyde	
	45	188
	38.5	170
	45	192
	43	180

Estimat på θ $\bar{x} = 182.5$ cm

↑
usikkerhet i estimatet

① Standardfeil til estimatet
(= Standardavviket til estimatoren)

② Konfidensintervall for θ

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

Anta X_1, X_2, X_3, X_4 er uavhengige stokastiske variabler
med $E(X_i) = \theta$ og $SD(X_i) = \sigma$ for $i = 1, \dots, 4$

↑
den vi er
interessert i
å estimere

↑
også kjent, men
for enkelthets skyld skal vi
nu anta $\sigma = 10 \text{ cm}$.

Estimator for θ : $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^4 X_i}{4}$

$$E(\bar{X}) = \theta \quad SD(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{4}} = 5 \text{ cm}$$

} standardavvik
til estimator
 $\bar{X}$ for θ

↓
Standardfeil til
estimat

Stor $\bar{X}$

liten $\bar{X}$

OPPDATERT ESTIMAT

$$\bar{X} = 182.5 \text{ cm} \pm 5.0 \text{ cm}$$

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

Anta X_1, X_2, X_3, X_4 uavhengige og normalfordelte,

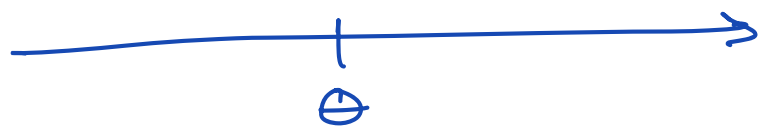
$$x_i \sim N(\theta, \sigma)$$

↑ anta $\sigma = 10 \text{ cm}$

$$\Rightarrow \bar{X} \sim N\left(\theta, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \\ N(\theta, \underline{\underline{s}})$$

Konfidensintervall, generelt, for θ , her 95% KI.

$$P(C_1 \leq \theta \leq C_2) = 0.95$$



} intervaller som "dekker"
den ukjente størrelsen θ
→ 95% av alle intervaller skal
oppfyller dette

} 50% av alle slike intervaller
"bommer"

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

Utgangspunkt $Z \sim N(0,1)$

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$$

$$\frac{\bar{X} - \theta}{\sigma/\sqrt{n}} = Z$$

∴ (masse mellom regning)

$$P\left(\underbrace{\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{C_1} \leq \theta \leq \underbrace{\bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{C_2}\right) = 0.95$$

Estimat $\bar{x} = 182.5 \text{ cm}$

$$95\% \text{ KI} : \left[\bar{x} - 1.96 \frac{10}{\sqrt{4}}, \bar{x} + 1.96 \frac{10}{\sqrt{4}} \right] = [172.7 \text{ cm}, 192.3 \text{ cm}]$$

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

skostr	hoyde
45	188
38.5	170
45	192
43	180

95% KI: [172.7, 192.3]

forseeh 2

40	172
39	176
43	186
41	175

[167.45, 187.05] ✖

Sko strl.	Høyde (cm)
39	170
37	158
38	167
38	168

[155.95, 175.55] ✖

39	165
45	193
42	175
38	165

[164.7, 184.3] ✖

Uke 7: Estimering

Hva er gjennomsnittshøyden av alle ISTx100y-studenter?

skostr	hoyde
45	40
38.5	39
45	43
43	41
	39
	45
	42
	38

Sko strl.	Høyde (cm)
40	172
39	176
43	170
39	165
45	193
42	175
38	165

estimat: 175 ± 2.5 cm

95% KI: [170.1, 179.9] cm