



HØGSKOLEN I SØR-TRØNDELAG

Fakultet for teknologi

Målform:	Bokmål
Eksamensdato:	18. desember 2015
Varighet/eksamenstid:	3 timer
Emnekode:	TALM1005
Emnenavn:	Statistikk og Økonomi (deleksamen i statistikk)
Klasse(r):	LOG15H KJE14H MATR14H BYG14H MAS14H EL14H FEN14H
Studiepoeng:	10
Faglærer(e):	Lars Engvik (938 34 253), Eirik Spets, Ståle Ramstad
Kontaktperson(adm.) (fylles ut ved behov – kun ved kursemner)	
Hjelpemidler:	Kalkulator type B
Oppgavesettet består av:	6 oppgaver og 3 sider inkludert forside
Vedlegg består av:	13 sider

Merknad:

Oppgaveteksten kan beholdes av studenter som sitter eksamenstiden ut.

NB! Les gjennom hele oppgavesettet før du begynner arbeidet, og disponer tiden.

Dersom noe virker uklart i oppgavesettet, skal du gjøre dine egne antagelser og forklare dette i besvarelsen.

Alle svar skal begrunnes. Det må tas med så mye mellomregning at framgangsmåten går tydelig fram av besvarelsen.

Oppgavesettet består av 12 delpunkter som alle teller likt.

Lykke til!

Oppgave 1

Anta at 10 % av alle enheter som produseres ved en bedrift er defekte. Det iverksettes en automatisk kvalitetskontroll for å fjerne defekte enheter. Ved denne kontrollen blir enheter som er defekte fjernet med sannsynligheten 0,98, mens feilfrie enheter blir fjernet med sannsynlighet 0,04.

Hva er sannsynligheten for at en enhet som fjernes er defekt?

Oppgave 2

Anta at på et spesielt sted langs kysten vil ei tilfeldig valgt bølge i løpet av et år ha en bølgehøyde X målt i meter, som kan beskrives ved en Weibullfordeling med parameterne $\beta = 0,9$ og $\eta = 1,2$.

- a) i) Hva er forventningen til X ?
ii) Hva er sannsynligheten for at ei registrert bølge har høyde over 5,0 m?

Sannsynligheten er 0,22% for at ei tilfeldig valgt bølge i løpet av ett år har høyde over 9,0 m. Et tilfeldig utvalg på 8760 bølger registreres i løpet av ett år.

- b) Hvor mange ganger kan man forvente å registrere bølgehøyde over 9,0 m?

Oppgave 3

Den simultane sannsynlighetsfordelingen til to stokastiske variable X og Y er gitt ved

$P(X = x \cap Y = y)$	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 0$	0,11	0,33	0,11
$Y = 1$	0,22	0,21	0
$Y = 2$	0,02	0	0

- a) i) Regn ut marginalfordelingene til X og Y .
ii) Finn forventningen og variansen for marginalfordelingen til X .
b) Regn ut korrelasjonskoeffisienten $\rho(X, Y)$.

Oppgave 4

Et firma som leverer en spesiell type varer har funnet at antall varer som selges pr. uke er tilnærmet normalfordelt med forventning $\mu = 800$ og standardavvik $\sigma = 80$. Salget for ei uke er uavhengig av resultatet i de andre ukene.

- a) Hva er sannsynligheten for at gjennomsnittlig salg pr. uke over et helt år (52 uker) skal bli mer enn 820 enheter?

Sannsynligheten for at salget på en tilfeldig uke skal være på minst 854 enheter er 25 %.

La Y være antall uker av de totalt 8 ukene i januar og februar, med salg på minst 854 enheter.

- b) Hva er sannsynligheten for at det selges minst 854 enheter i nøyaktig 3 av disse 8 ukene?

Oppgave 5

På et testlaboratorium registreres strekkstyrken til en bestemt type tau. Ti prøver av tauet er undersøkt (strekktestet). Det resulterte i 10 uavhengige normalfordelte målinger $X_1, \dots, X_{10}$ registrert i tonn, alle med samme ukjente forventning μ og et standardavvik $\sigma = 0,8$ tonn.

Gjennomsnittsverdien for målingene er

$$\bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} X_i = 2,17 \text{ (tonn)}$$

- a) Sett opp et 90% konfidensintervall for μ .

På et annet laboratorium er det undersøkt fem prøver av tauet. Alle målingene $Y_1, \dots, Y_5$ er uavhengige med samme fordeling som i det første laboratoriet. Gjennomsnittsverdien av disse ble:

$$\bar{Y} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 Y_i = 2,38 \text{ (tonn)}$$

Det oppstår diskusjon om hvordan man skal bruke begge resultatene når man skal bestemme (estimere) tauets strekkstyrke. Følgende forslag til estimatorer blir diskutert:

Metode 1:

$$\hat{\mu}_1 = \frac{2}{3} \bar{X} + \frac{1}{3} \bar{Y}$$

Metode 2:

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2} \bar{X} + \frac{1}{2} \bar{Y}$$

- b) Vis at begge estimatorene er forventningsrette.
c) Regn ut estimert strekkstyrke og standardavvik til tauet for begge metoder.

Oppgave 6

Smeltepunktet til bly er målt ved å utføre 5 uavhengige normalfordelte målinger, alle med samme forventning og standardavvik. Standardavviket er ukjent.

Følgende måleserie ble registrert i enhet $^{\circ}\text{C}$:

332 329 331 326 332

Smeltepunktet for bly er i virkeligheten $327,5^{\circ}\text{C}$ og man er i tvil om termometret er kalibrert riktig.

- a) Sett opp og utfør en hypotesetest med signifikansnivå på 5% om termometret er kalibrert riktig. (Vi ønsker altså ikke å teste om det viser for mye, men om det er kalibrert riktig.)
b) Vi antar i dette punktet at standardavviket for temperaturmålingene var kjent til å være $\sigma = 2,5^{\circ}\text{C}$.
Hva blir da signifikanssannsynligheten?