

Institutt for allmennfag

Eksamensoppgave i TALM1005 Statistikk og økonomi (deleksamen i statistikk)

Faglig kontakt under eksamen: Knut Bjørkli Rolstad

Tlf.: 99 444 263

Eksamensdato: 05.12.2017

Eksamenstid (fra-til): 09:00-12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Alle kalkulatorer som ikke kan regne symbolsk.

Annen informasjon: Dersom noe virker uklart i oppgavesettet, skal du gjøre dine egne antagelser og forklare dette i besvarelsen. Alle svar må ha tilstrekkelig mellomregning eller forklaring til at resonnementet går tydelig fram.

Oppgavesettet består av 16 delpunkter som alle teller likt.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider (uten forside): 3

Antall sider vedlegg: 13

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☐

sort/hvit ☐ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Anta at 10 % av alle enheter som produseres ved en bedrift, er defekte. Disse skal kasseres (kastes). Alle enhetene blir derfor testet før de forlater fabrikk.

Defekte enheter blir kasserte med 95 % sannsynlighet. Feilfrie enheter blir kasserte med 7 % sannsynlighet.

Vi innfører to hendelser: D : En tilfeldig enhet er defekt
 K : Enheten blir kassert

- a) i) Bestem sannsynlighetene $P(D)$, $P(K | \bar{D})$ og $P(K | D)$. Gjerne skisser et hendelsestre/sannsynlighetstre.
ii) Bestem sannsynligheten $P(K)$.
- b) i) Bestem $P(D | K)$ og $P(D | \bar{K})$.
ii) Forklar med ord hva disse sannsynlighetene betyr.

Alle enhetene som passerer kontrollen, selges. Det viser seg at 0,6 % av enhetene som selges videre, er defekte. Om en tilfeldig enhet defekt - eller ikke - er helt uavhengig av de andre enhetene.

En kunde bestiller 100 enheter fra fabrikk. La X være antall av disse enhetene som er defekte.

- c) i) Hvilken fordeling har X ? Begrunn svaret.
ii) Hva er sannsynligheten for at det er *to eller flere* defekte enheter blant disse 100?
iii) Hvor mange enheter må kunden bestille for at det skal være minst 99 % sannsynlig at varepartiet inneholder minst 100 feilfrie enheter?

Oppgave 2

Gitt at X er normalfordelt med forventning $\mu = 3,5$ og varians $\sigma^2 = 4,0$.

- a) Bestem følgende sannsynligheter ved hjelp av kalkulator eller tabell, og skisser det tilsvarende arealet under normalfordelingskurven:
i) $P(X > 3,0)$
ii) $P(-0,5 < X < 4,5)$
- b) Bestem k slik at $P(3,5 - k \leq X \leq 3,5 + k) = 0,99$.
- c) Gitt følgende lineærkombinasjon av X :
 $Y = 2X - 1$
Bestem $P(Y < 0)$.

Oppgave 3

Det planlegges å bygge 400 boliger i et område. I tillegg skal det bygges 480 parkeringsplasser. Basert på tidligere erfaringer brukes følgende sannsynlighetsfordeling for antall biler, X , per husstand:

Antall biler, x	0	1	2	3
Sannsynlighet, $P(X=x)$	0,15	0,55	0,25	0,05

- a) i) Finn sannsynligheten for at en vilkårlig husstand har minst én bil.
ii) Bestem $E(X)$ og $\text{Var}(X)$.
- b) Finn (tilnærmet) sannsynligheten for at 400 (uavhengige) husstander har *til sammen* mer enn 480 biler.

Oppgave 4

I en bestemt vindmøllepark kan vindhastigheten X (i meter per sekund) på en tilfeldig dag modelleres vha. følgende Weibull-fordeling:

$$X \sim W(\beta = 2, \eta = 7)$$

- a) i) Bestem forventet vindhastighet en tilfeldig dag.
ii) Bestem varians og standardavvik for X .

Om vindhastigheten er mindre enn 3 m/s, så produserer ikke møllene strøm. Om vindhastigheten blir større enn 25 m/s så «slås møllene av» (for å unngå skade) og det produseres heller ikke strøm.

- b) Hva er sannsynligheten for at man *ikke* får produsert strøm en tilfeldig dag?

I følge driftsstatistikken så inntreffer feil på vindmøllene *uavhengig* av hverandre og med en *konstant rate* gjennom året. Man har ikke opplevd at to (eller flere) møller bryter sammen *samtidig*. I gjennomsnitt så må tre vindmøller repareres hver uke.

La Y angi antall vindmøller som må repareres en tilfeldig uke.

- c) i) Foreslå en passende sannsynlighetsfordeling for Y .
ii) Hva er sannsynligheten for at flere enn tre vindmøller må repareres en tilfeldig uke?
- d) i) Hva er forventet tid mellom hver vindmølle som får feil (og må repareres)?
ii) Hva er sannsynligheten for at det går mer enn én uke mellom to reparasjoner?

Oppgave 5

Et farmasøytisk firma produserer hodepinetabletter. Det skal være $70 \mu\text{g}$ (mikrogram) medisinsk virkestoff i tablettene. I en kvalitetskontroll velges 8 tilfeldige tabletter ut, og innholdet X i hver tablett kontrollmåles. Målingene gav følgende resultat:

Vekt (μg)	68,7	68,9	70,4	69,0	68,4	70,1	69,2	70,2
------------------------	------	------	------	------	------	------	------	------

Oppgitt: $\frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 X_i = 69,36$ $\frac{1}{7} \sum_{i=1}^8 (X_i - \bar{X})^2 = 0,5798$

Målingene gjøres med pålitelig utstyr, slik at måleresultatene kan antas normalfordelte med forventning μ og med kjent standardavvik $\sigma = 0,7$.

- a) i) Utfør en hypotesetest med signifikansnivå lik 1 % for se om det er grunnlag for å hevde at $\mu < 70 \mu\text{g}$ ved å beregne kritisk verdi eller ved bruk av testobservator.
ii) Forklar kort hva signifikansnivået på 1 % representerer eller betyr.
- b) i) Regn ut signifikanssannsynligheten (p-verdien) til testen over.
ii) Kommenter hvorvidt svaret støtter konklusjonen i a).
- c) Beregn styrkefunksjonen $\beta(\mu = 69)$, og forklar kort hva dette tallet representerer.
- d) Hva hadde blitt resultatet av hypotesetesten i oppgave a) dersom vi ikke hadde fått oppgitt standardavviket σ ?