

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TALM1005 Statistikk og økonomi (deleksamen i statistikk)**

Faglig kontakt under eksamen: Knut Bjørkli Rolstad

Tlf.: 99 444 263

Eksamensdato: 27.11.2019

Eksamenstid (fra-til): 09:00-12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Bestemt, enkel kalkulator: Casio fx-PLUS, Casio fx-82EX, Citizen SR-270X, Citizen SR-270X College, Hewlett Packard HP30S.

Øvrige godkjente kalkulatorer: Casio FX9750, Casio FX9850, Casio FX9860GII (også SD), Casio FXCG20, Casio FXCG50, Texas Instrument 84 Plus.

Annen informasjon:

Dersom noe virker uklart i oppgavesettet, skal du gjøre dine egne antagelser og forklare dette i besvarelsen. Alle svar må ha tilstrekkelig mellomregning eller forklaring til at resonnementet går tydelig fram. Oppgavesettet består av 14 delpunkter som alle teller likt.

Målform/språk: Bokmål

Antall sider (uten forside): 2

Antall sider vedlegg: 13

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig ☐ **2-sidig** ☐

sort/hvit ☐ **farger** ☐

skal ha flervalgskjema ☐

Kontrollert av:

Dato

Sign

Oppgave 1

Et digitalt signal kan ansees som en rekke av sifre der hvert siffer enten er 1 eller 0 (sifrene i signalet kalles «bits»). For eksempel er 10100111 et signal bestående av 8 sifre/bits.

- a) Hvor mange ulike 8-bits signaler finnes det?

Hvert siffer i det sendte signalet genereres tilfeldig og uavhengig av de andre, dvs. hvert av de 8 sifrene er enten 1 eller 0 med sannsynlighet lik $\frac{1}{2}$. La X angi antall 1-ere i det sendte signalet.

- b) Hva slags sannsynlighetsfordeling har X ? Begrunn svaret.
c) Hva er sannsynligheten for å få et signal der alle 8 sifrene er 1-ere?

En spilleautomat genererer et tilfeldig 8-bits signal, og gir en premie på 10 kr dersom signalet inneholder eksakt tre 1-ere, og 200 kr dersom signalet inneholder eksakt sju 1-ere (og ingen premie ellers).

- d) Beregn forventet premie for ett spill på en slik automat.

Vi ser nå på overføringen av kun ett enkeltsiffer. På grunn av støy e.l. oppstår noen ganger feil under signaloverføringen, slik at en utsendt 1 kan bli mottatt som 0, eller en utsendt 0 blir mottatt som 1. Sannsynligheten for at en utsendt 1 blir mottatt som 0 er 0,02, og sannsynligheten for at en utsendt 0 blir mottatt som 1 er 0,05. Som tidligere er enkeltsifferet 1 eller 0 med sannsynlighet lik $\frac{1}{2}$.

- e) Dersom det mottas en 1, hva er sannsynligheten for at det ble sendt ut en 1?

Oppgave 2

Det foretas jevnlig fartskontroller på en bestemt veistrekning, og det viser seg at det i gjennomsnitt registreres 4 fartsovertredelser per time.

- a) Hvilke forutsetninger må være oppfylte for at antall fartsovertredelser i løpet av et tidsrom skal være poissonfordelt?
b) Finn sannsynligheten for mer enn 14 overtredelser i løpet en kontroll som varer i tre timer, dersom du antar at antallet er poissonfordelt.
c) La T betegne tiden fra kontrollen starter til første fartsovertredelse registreres.
i) Hva er sannsynligheten for at det tar mer enn ett kvarter (15 minutter) til første farts-overtredelse registreres?
ii) Finn forventningsverdi og standardavvik for T .

Oppgave 3

IQ (intelligenskvotient) i en befolkning er normalfordelt med forventningsverdi $\mu = 100$ og standardavvik $\sigma = 15$.

- a)
i) Skisser sannsynlighetsfordelingen for IQ i befolkningen. *For full uttelling må det være enheter på x-aksen og tydelig markering av hva μ og σ representerer for grafen.*
ii) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt person har IQ mellom 95 og 105.
iii) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig utvalgt person har IQ større enn 150?
b) 2 %-kvarnten for IQ i befolkningen er den IQ-verdien som er slik at kun 2 % av befolkningen har **høyere** IQ enn denne verdien. Bestem 2 %-kvarnten.
c) Det er 100 studenter i en statistikkklasse. Beregn sannsynligheten for at
i) Gjennomsnittlig IQ blant de 100 studentene er mellom 95 og 105.
ii) Minst halvparten av studentene har IQ større enn 100.
d) Hvor mange studenter måtte det ha vært i klassen dersom det skulle ha vært 99,9 % sannsynlig at minst én student har en IQ større enn 130?

Oppgave 4

Et serviceselskap som leverer brukerstøtte via chat og epost, garanterer ovenfor sine kunder en normalfordelt responstid med forventningsverdi $\mu = 10$ minutter og standardavvik $\sigma = 1$ minutt.

Som et ledd i selskapets kvalitetskontroll, tas en stikkprøve på 20 henvendelser, der gjennomsnittlig responstid var 10,5 minutter.

- a)
 - i) Forklar kort (4-5 setninger) hva en statistisk hypotesetest generelt går ut på. *For full uttelling må du ha med forklaring på begrepene nullhypotese, mothypotese, signifikansnivå og hva det vil si å treffe en konklusjon i en hypotesetest.*
 - ii) Selskapet ønsker å undersøke om responstiden er høyere enn den garanterte verdien på 10 minutter. Bruk en valgfri metode til å utføre en egnet hypotesetest med 5 % signifikansnivå, når vi antar at standardavviket som selskapet hevder, er riktig.
- b) Hva er sannsynligheten for at hypotesetesten i forrige oppgave vil avdekke at responstiden faktisk er for høy, dersom den reelle svartiden er 11 minutter?