

1 Oppgave 1 [25%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp skann (PDF) av svarene dine.

Ekteparet Pål og Pia jobber med kundeservice i hver sin bedrift. Dersom begge tilfeldigvis får flere enn 50 kundeservicehenndelser i løpet av en arbeidsdag, går de på restaurant etter jobb.

La A være hendelsen at Pål får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen, og la B være hendelsen at Pia får flere enn 50 henvendelser i løpet av arbeidsdagen. La C være hendelsen at de spiser på restaurant. Vi vet at $P(A) = 0.80$, $P(B) = 0.45$ og $P(A \cup B) = 0.89$.

- a) i. Regn ut sannsynligheten for at Pål og Pia spiser på restaurant, $P(C)$.
ii. Er A og B disjunkte? Er A og B uavhengige? Forklar.
- b) Hva er sannsynligheten for at de ikke går på restaurant selv om Pål har fått flere enn 50 henvendelser?
- c) Arbeidsdagen starter klokka 08:00. Tiden det tar frem til Pål får sin første henvendelse, X , er eksponentialfordelt med forventningsverdi $E(X) = 8$ minutter, og tiden det tar frem til Pia får sin første henvendelse, Y , er eksponentialfordelt med forventningsverdi $E(Y) = 9$ minutter. Anta at X og Y er uavhengige stokastiske variabler.
- i. Hva er sannsynligheten for at Pål har fått minst én kundeservicehenndelse innen det har gått 14 minutter?
- ii. Hva er sannsynligheten for at både Pål og Pia har fått minst én kundeservicehenndelse hver innen det har gått 14 minutter?



Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er 50 GB.



Velg fil for opplasting

2 Oppgave 2 [30%]

Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspira.

a) La X være en diskret stokastisk variabel som kan ta verdiene 0, 1, 2 og 3 med punktsannsynligheter $P(X = x)$ gitt i tabellen:

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	k	0.3	0.2	0.2

i. Hva må k være lik? Skriv tallsvaret med én desimal.

$k =$

ii. Hva er forventningsverdien til X ? Skriv tallsvaret med én desimal.

$E(X) =$

3 **Oppgave 2 [30%]**

Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspira.

b) La X og Y være to uavhengige stokastiske variabler med $E(X) = 2.9$, $E(Y) = 2.2$, $\text{Var}(X) = 1.5$ og $\text{Var}(Y) = 2.1$. Vi skal se på summen av de to stokastiske variablene, $X + Y$.

i. Hva er forventningsverdien til $X + Y$? Skriv tallsvaret med én desimal.

$E(X + Y) =$

ii. Hva er variansen til $X + Y$? Skriv tallsvaret med én desimal.

$\text{Var}(X + Y) =$

4 Oppgave 2 [30%]

Instruksjoner: Oppgave 2 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspira.

c) i. La X være en normalfordelt stokastisk variabel med forventningsverdi 8 og standardavvik 4, altså $X \sim N(8, 4)$. Hva er $P(X \leq 6)$?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.309
- ☐ 0.369
- ☐ 0.227
- ☐ 0.212
- ☐ 0.345
- ☐ 0.401
- ☐ 0.421
- ☐ 0.252

ii. La $\bar{X}$ være gjennomsnittet av ni uavhengige stokastiske variabler $X_1, X_2, \dots, X_9$, der $X_i \sim N(8, 4)$ for $i = 1, \dots, 9$. Hva er $P(\bar{X} \leq 6)$?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.023
- ☐ 0.012
- ☐ 0.115
- ☐ 0.227
- ☐ 0.274
- ☐ 0.067
- ☐ 0.008
- ☐ 0.159

5 Oppgave 3 [30%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp scan (PDF) av svarene dine.

Mons har programmert et spill med to mulige utfall, *vinn* eller *tap*. Sannsynligheten for å vinne spillet, p , blir tilpasset hver enkelt spiller. Hvis spillet spilles flere ganger, er utfallene uavhengige av hverandre.

Spillet fungerer slik: En student skriver inn de to siste sifrene i *kandidatnummeret* sitt på eksamen, a og b , og sannsynligheten for å vinne blir satt til $p = 1/(a + b + 2)$.

(For eksempel er $p = 1/(0 + 7 + 2) = 1/9$ dersom kandidatnummeret er 10307.)

- a) i. Hva er sannsynligheten for at *du* vinner dette spillet dersom du spiller én gang?
ii. Hva er sannsynligheten for at du vinner akkurat 2 ganger dersom du spiller 5 ganger?

Petter vil prøve spillet til Mons. Petter har kandidatnummer 10124, og ifølge Mons skal Petter med sannsynlighet $p = 1/8 = 0.125$ vinne spillet hvis han spiller én gang. Petter mistenker at det er en programmeringsfeil i koden til Mons, slik at han i praksis har *bedre* sjanse for å vinne spillet. Han vil derfor spille spillet 50 ganger, og teste sin mistanke ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

- b) i. Sett opp nullhypotese og alternativ hypotese for Petters hypotesetest.
ii. Skriv ned en testobservator som er egnet hvis man vil bruke normaltilnærming til binomisk fordeling. Hvilken fordeling kan du anta at testobservatoren har når nullhypotesen er sann?
iii. Skriv ned forkastningsområdet for testen ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$.

c) Etter å ha spilt spillet 50 ganger har Petter vunnet 9 ganger. Hva blir utfallet av hypotesetesten? Begrunn svaret ved hjelp av foregående punkter.



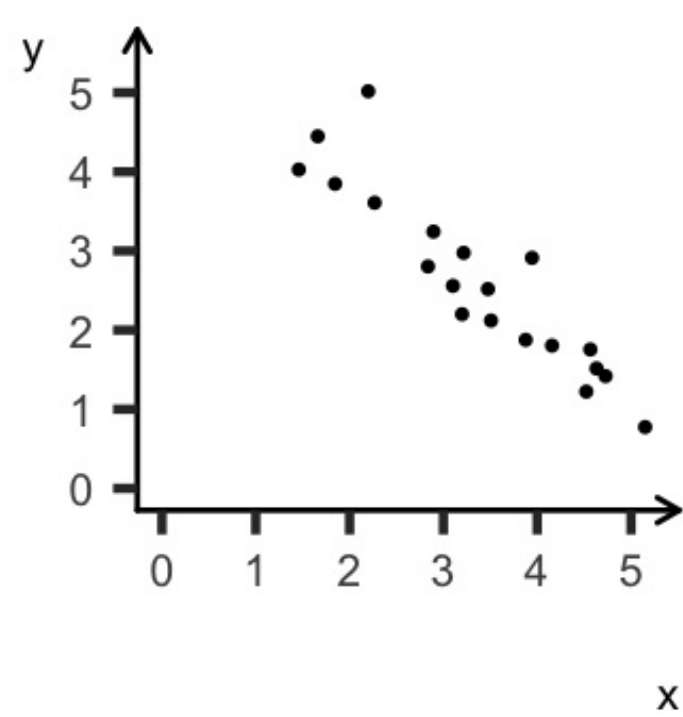
Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er 50 GB.

 Velg fil for opplasting

6 Oppgave 4 [15%]

Instruksjoner: Oppgave 4 består av deloppgaver a, b og c, som besvares direkte i Inspira.



Figuren viser $n = 20$ uavhengige parvise observasjoner $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ av to stokastiske variabler X og Y .

For disse observasjonene er

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i &= 67.24, \\ \sum_{i=1}^n y_i &= 52.65, \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= 22.73, \\ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 &= 24.61 \text{ og} \\ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= -21.83 \end{aligned}$$

a) Regn ut den empiriske korrelasjonen, r , mellom de to variablene.

Velg ett alternativ:

- ☐ -0.667
- ☐ -0.489
- ☐ -0.710
- ☐ -0.541
- ☐ -0.841
- ☐ -0.923

b) Hva blir estimert regresjonslinje i en enkel lineær regresjonsmodell der Y er responsvariabel og X er forklaringsvariabel?

Velg ett alternativ

- ☐ $\hat{y} = 4.36 - 0.49 x$
- ☐ $\hat{y} = 6.28 - 0.83 x$
- ☐ $\hat{y} = 5.62 - 0.75 x$
- ☐ $\hat{y} = 4.92 - 1.15 x$
- ☐ $\hat{y} = 6.93 - 1.14 x$
- ☐ $\hat{y} = 5.86 - 0.96 x$

c) Regn ut et 90 %-konfidensintervall for stigningstallet i en enkel lineær regresjonsmodell der Y er responsvariabel og X er forklaringsvariabel.

Vink: Du kan finne et estimat av et standardavvik du trenger ved hjelp av formler for R^2 , SS_E og SS_T .

Velg ett alternativ

- ☐ $[-0.69, -0.30]$
- ☐ $[-1.20, -0.31]$
- ☐ $[-1.41, -0.51]$
- ☐ $[-1.12, -0.80]$
- ☐ $[-1.32, -0.18]$
- ☐ $[-0.84, -0.14]$