

i Forside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i ISTA1001, ISTA1002, ISTA1003, ISTG1001, ISTG1002, ISTG1003, ISTT1001, ISTT1002, ISTT1003 Statistikk

Eksamensdato: 17.08.2021

Eksamenstid (fra-til): 09:00 – 12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: A / Alle hjelpemidler tillatt

Faglig kontakt under eksamen: Mette Langaas

Tlf.: 988 47 649

Teknisk hjelp under eksamen: NTNU Orakel

Tlf: 73 59 16 00

ANNEN INFORMASJON:

Gjør dine egne antagelser og presiser i besvarelsen hvilke forutsetninger du har lagt til grunn i tolkning av oppgaven. Generelt bør tallsvar oppgis med tre desimaler. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet.

Lagring: Besvarelsen din i Inspira Assessment lagres automatisk hvert 15. sekund. Jobber du i andre programmer – husk å lagre underveis.

Juks/plagiat: Eksamen skal være et individuelt, selvstendig arbeid. Under eksamen er det ikke tillatt å kommunisere med andre personer om oppgaven eller å distribuere utkast til svar. Slik kommunikasjon er å anse som juks. Alle besvarelser blir kontrollert for plagiat. [Du kan lese mer om juks og plagiering på eksamen her.](#)

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspira. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidater for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din tilgjengelig.

Vekting av oppgavene: Oppgave 1: 15%, oppgave 2: 15%, oppgave 3: 25%, oppgave 4: 30%, oppgave 5: 15%

OM LEVERING:

Filopplasting: Alle filer må være lastet opp i besvarelsen før eksamenstida går ut. Det er lagt til 30 minutter til ordinær eksamenstid for eventuell digitalisering av håndtegnninger og opplasting av filer. Tilleggstida inngår i gjenstående eksamenstid som vises øverst til venstre på skjermen. Last opp *håndskrevne* svar i PDF-format.

[Slik digitaliserer du håndtegninger](#)

[Slik lagrer du dokumentet ditt som PDF.](#)

NB! Det er ditt eget ansvar å påse at du laster opp riktig(e) fil(er). Kontroller filene du har lastet opp ved å klikke "Last ned" når du står i filopplastingsoppgaven. Alle filer kan fjernes og byttes ut så lenge prøven er åpen.

De ekstra 30 minuttene er forbeholdt innlevering. Får du tekniske problemer med opplasting/innlevering, må du ta kontakt for teknisk hjelp før eksamenstida løper ut. Kommer du ikke gjennom umiddelbart, hold linja til du får svar.

Besvarelsen din leveres automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger, forutsatt at minst én oppgave er besvart. Dette skjer selv om du ikke har klikket «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan gjenåpne og redigere besvarelsen din så lenge prøven er åpen. Dersom ingen oppgaver er besvart ved prøveslutt, blir ikke besvarelsen din levert. Dette vil anses som "ikke møtt" til eksamen.

Trekk fra eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/trekke deg, gå til "hamburgermenyen" i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen.

Tilgang til besvarelse: Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

1 Oppg. 1 [15%]

Instruksjoner: Deloppgavene besvares direkte i Inspira. Oppgi alle tallsvar med to desimaler.

En fabrikk produserer batterier. Batteriene er enten defekte eller ikke defekte. La A betegne hendelsen at et tilfeldig valgt batteri er defekt og anta at $P(A) = 0.05$.

a) Dersom vi tilfeldig trekker 15 batterier, hva er sannsynligheten for at 3 av dem er defekte? Skriv tallsvaret med to desimaler:

Fabrikken har utviklet en hurtigtest som kan brukes for å undersøke om et batteri er defekt eller ikke defekt. Hurtigtesten er ikke helt presis, og man kan dermed ende opp med feil konklusjon. La B betegne hendelsen at hurtigtesten viser "defekt". Vi antar at $P(B | A) = 0.80$ og at $P(B' | A') = 0.85$.

b) Hva er sannsynligheten for at hurtigtesten viser "ikke defekt" for et batteri som faktisk er defekt? Skriv tallsvaret med to desimaler:

c) Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt batteri hurtigtestes og resultatet av hurtigtesten er "defekt"? Skriv inn tallsvaret med to desimaler:

Maks poeng: 15

2 Oppg. 2 [15%]

Instruksjoner: Deloppgavene besvares direkte i Inspira. Oppgi alle tallsvar som heltall.

La X være en stokastisk variabel med forventning $E(X) = 3$ og varians $\text{Var}(X) = 2$.

a) Hva blir forventningsverdien til $2X$? Skriv tallsvaret som et heltall:

La Y være en stokastisk variabel, uavhengig av X , som også har forventningsverdi $E(Y) = 3$ og varians $\text{Var}(Y) = 2$.

b) Hva blir forventningsverdien til $2X + 3Y$? Skriv tallsvaret som et heltall:

c) Hva blir variansen til $2X + 3Y$? Skriv tallsvaret som et heltall:

Maks poeng: 15

3 Opppg. 3 [25%]

Instruksjoner: Deloppgavene besvares direkte i Inspira.

Anders har nettopp kjøpt seg en brukt el-sykkel. Vi skal studere to typer feil som kan opptre på denne sykkelmodellen; feil med ladekabelen og feil med de elektroniske girene. Basert på kjennskap til lignende bilmodeller antar Anders at feil på ladekabelen kan modelleres som en poissonprosess med rate $\lambda_L = 0.5$ / år, og at feil med girene kan modelleres som en poissonprosess med rate $\lambda_G = 2$ / år. De to prosessene kan antas å være uavhengige.

a)

i. Hva er sannsynligheten for at ladekabelen må repareres minst én gang i løpet av ett år?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.696
- ☐ 0.865
- ☐ 0.271
- ☐ 0.607
- ☐ 0.304
- ☐ 0.393

ii. Hva er sannsynligheten for at det går mer enn to år før det inntreffer en feil på girene?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.018
- ☐ 0.729
- ☐ 0.982
- ☐ 0.368
- ☐ 0.819
- ☐ 0.632

b) Det koster 3000 kr for å reparere ladekabelen og 1000 kr for å reparere girene hver gang de feiler.

i. Hvor mye må Anders forvente å betale for reparasjoner av disse i løpet av to år?

Velg ett alternativ

- ☐ 4000 kr
- ☐ 5500 kr
- ☐ 2000 kr
- ☐ 7000 kr
- ☐ 8000 kr
- ☐ 3500 kr

ii. Og hva blir standardavviket i disse reparasjonskostnadene?

Velg ett alternativ

- ☐ 3605.551 kr
- ☐ 59.161 kr
- ☐ 4301.163 kr
- ☐ 6082.763 kr
- ☐ 2549.510 kr
- ☐ 83.666 kr

c) Anders bestemmer seg for at han vil skrote sykkelens dersom kostnadene for reparasjon av ladekabel og gir overskrider 10 000 kr de neste to årene. Bruk normaltilnærming for å regne ut sannsynligheten for at Anders skroter sykkelens etter to år.

Velg ett alternativ

- ☐ 0.710
- ☐ 0.203
- ☐ 0.036
- ☐ 0.964
- ☐ 0.797
- ☐ 0.289

Maks poeng: 25

4 Opppg. 4 [30%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp scan (PDF) av svarene dine.

En elektronisk enhet, A, kan sende ut et binært signal (0 eller 1). En annen elektronisk enhet, B, skal motta signalet. Dessverre er ikke overføringen feilfri. Dersom enhet A sender ut signalet a ($a = 0$, eller $a = 1$), vil det signalet som enhet B mottar kunne antas å være en normalfordelt størrelse Y med forventningsverdi a og varians $\sigma^2 = 0.36$.

a) i. Anta at enhet A har sendt ut signalet $a = 1$. Hva blir sannsynligheten for at enhet B observer et signal som er mindre enn 0.6 ?

ii. Anta at enhet A har sendt ut signalet $a = 0$. Hva blir sannsynligheten for at enhet B observer et signal i intervallet $[-0.6, 0.6]$?

b) Enhet A inneholder en sensor som monitorer fukt i et lager. Dersom luftfuktigheten er lav sender enheten med jevne mellomrom ut signalet $a = 0$. Dersom fuktigheten i lageret overskrider en terskelverdi sender enhet A ut signalet $a = 1$. Basert på de tre nyeste (uavhengige) observasjonene gjort med enhet B, skal vi vurdere om vi skal gjennomføre planlagt kontroll ved lageret, eller om vi vil utsette kontrollen. Vi ønsker dermed å teste

$$H_0 : a = 1 \text{ mot } H_1 : a = 0$$

ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Dersom observasjonene gir grunnlag for å forkaste H_0 kan vi utsette kontrollen.

i. Skriv ned formelen for en egnet testobservator, og forklar hvilke uttrykk som inngår i formelen.

ii. Hva er testobservatorens fordeling dersom H_0 er sann? Skissér testens forkastningsområde.

iii. Hva blir teststyrken?

iv. Vi har gjort følgende tre observasjoner med enhet B:

$$y_1 = -0.31 \quad y_2 = 1.08 \quad y_3 = 0.85$$

Hva blir utfallet av hypotesetesten?



Last opp PDF-filen her. Maks én fil.

Følgende filtyper er tillatt: **.pdf** Maksimal filstørrelse er **50 GB**.



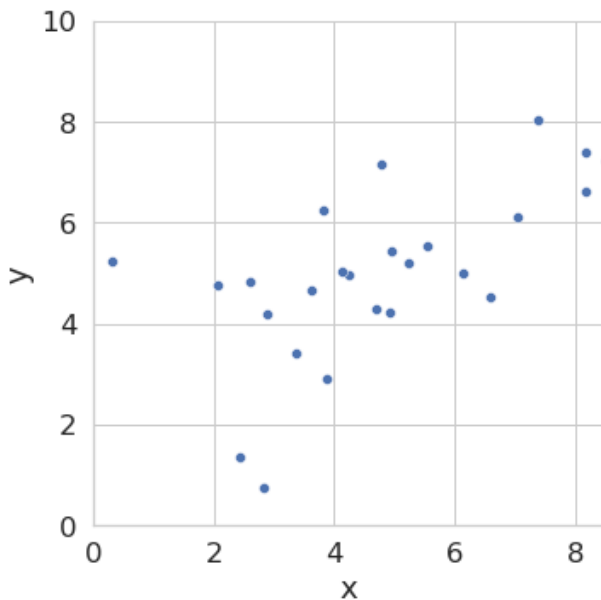
Velg fil for opplasting

Maks poeng: 30

5 Oppg. 5 [15%]

Instruksjoner: Deloppgavene besvares direkte i Inspira.

Et datasett består av 25 observasjoner av en responsvariabel Y og en kovariat x . Et kryssplott av observasjonene er vist under.



En lineær regresjonsmodell $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ har blitt tilpasset i Python. Deler av utskriften (`modell.summary()`) er vist her. Bruk utskriften til å svare på oppgave a, b og c.

	coef	std err	t	P> t
Intercept	2.5897	0.693	3.738	0.001
x	0.5104	0.134	3.797	0.001

a) Hva ble den estimerte regresjonslinja?

Velg ett alternativ:

- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.5104 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 2.5897 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 0.1340 x$
- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.6930 x$
- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.1340 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 0.6930 x$

b) Hvilken hypotesetest utføres i utskriften i linjen som starter med "x" ?

Velg ett alternativ

- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0.5104$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0.5104$
- ☐ $H_0 : \beta_0 = 1$ mot $H_1 : \beta_0 \neq 1$
- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0$
- ☐ $H_0 : \mu = 0$ mot $H_1 : \mu \neq 0$
- ☐ $H_0 : x = y$ mot $H_1 : x < y$
- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 > 0$

c) Regn ut et 90% konfidensintervall for stigningstallet β_1 .

Velg ett alternativ:

- ☐ [1.4019, 3.7775]
- ☐ [0.2807, 0.7401]
- ☐ [1.6756, 3.5038]
- ☐ [0.3337, 0.6871]
- ☐ [1.2314, 3.9480]
- ☐ [0.2478, 0.7730]

Maks poeng: 15