

i Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i ISTA1001, ISTA1002, ISTA1003, ISTG1001, ISTG1002, ISTG1003, ISTT1001, ISTT1002, ISTT1003, VB6200 Statistikk

Eksamensdato: 17.08.2022

Eksamenstid (fra-til): 09:00 – 12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C

Godkjent kalkulator

Digitale ressurser under eksamen: Formelark og fem tabeller (binomisk kumulativfordeling, Poisson kumulativfordeling, normal kumulativfordeling, normalfordeling kritisk verdi og t-fordeling kritisk verdi) er lagt ved eksamen som pdf-filer

Faglig kontakt under eksamen:

Mette Langaas (988 47 649)

ANNEN INFORMASJON:

Henvend deg til en eksamensvakt hvis du ønsker å kontakte faglig kontaktperson under eksamen. Noter spørsmålet ditt på forhånd. Faglig kontaktperson skal kun kontaktes dersom det er direkte feil eller mangler i oppgavesettet.

Svartyper: oppgavesettet inneholder to typer oppgaver; flervalgsoppgaver og innskriving av tallsvar (kun heltall).

Vekting av oppgavene: er oppgitt for hver oppgave. Det gis ikke minus-poeng for gale eller manglede svar.

Lagring: Besvarelsen din i Inspira Assessment lagres automatisk hvert 15. sekund.

Varslinger: Hvis det oppstår behov for å gi beskjeder til kandidatene underveis i eksamen (f.eks. ved klare mangler eller feil i oppgavesettet), vil dette bli gjort via varslinger i Inspira. Et varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspira. Du kan finne igjen varselet ved å klikke på bjella øverst i høyre hjørne på skjermen.

Trekk fra eksamen: Blir du syk under eksamen, eller av andre grunner ønsker å levere blankt/trekke deg, gå til «hamburgermenyen» i øvre høyre hjørne og velg «Lever blankt». Dette kan ikke angres selv om prøven fremdeles er åpen. Tilkall så eksamensvakt og følg instruksene fra eksamensvakten.

Tilgang til besvarelse: Du finner besvarelsen din i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

- 1 I et kjemisk laboratorium gjøres to forsøk, A og B . Sannsynligheten for at forsøk A lykkes er 0.7, og sannsynligheten for at forsøk B lykkes er 0.4. Sannsynligheten for at begge forsøkene lykkes er 0.25.

Hva er sannsynligheten for at minst ett av de to forsøkene lykkes?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.95
- ☐ 0.55
- ☐ 0.85
- ☐ 0.45
- ☐ 0.65
- ☐ 0.75

Maks poeng: 1

- 2 Ved en fabrikk er det produsert to vareparti, A og B. Inspeksjon viser at 60% av produktene fra vareparti A er av ypperste kvalitet, og 40% av produktene fra vareparti B er av ypperste kvalitet. Hvis vi ser på begge varepartiene samlet så er 47% av produktene av ypperste kvalitet.

Hvor stor andel av produktene hører til vareparti A?

Velg ett alternativ:

- ☐ 43 %
- ☐ 45 %
- ☐ 35 %
- ☐ 39 %
- ☐ 37 %
- ☐ 41 %

Maks poeng: 1

- 3 En diskret stokastisk variabel X tar verdi -1 , 0 eller 1 . Sannsynligheten for at X er lik -1 , 0 eller 1 er henholdsvis $1/3$, $1/3$ og $1/3$.

Hva er standardavviket til X ?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.87
- ☐ 0.72
- ☐ 0.82
- ☐ 0.77
- ☐ 0.69
- ☐ 0.62

Maks poeng: 1

- 4 I forbindelse med en mineralforekomst blir det boret 20 hull. Antall hull der mineralet blir funnet er binomisk fordelt med suksessannsynlighet 0.4.

a) Hva er sannsynligheten for at mineralet blir funnet i akkurat 8 hull?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.180
- ☐ 0.113
- ☐ 0.265
- ☐ 0.500
- ☐ 0.512
- ☐ 0.551

b) Hva er sannsynligheten for at mineralet blir funnet i færre enn 12 hull?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.788
- ☐ 0.943
- ☐ 0.004
- ☐ 0.659
- ☐ 0.723
- ☐ 0.123

Maks poeng: 2

5 Vi ser på forbruk av varmtvann til dusjing på en liten turisthytte med kun en dusj.

Dusjen på hytta har et pollettsystem, der man putter på en pollett og får dusje i 3 minutter. Man kan justere temperatur og vannstyrke på dusjen selv, og vi antar at mengden varmtvann som brukes når en tilfeldig gjest dusjer i 3 minutter er normalfordelt med forventningsverdi 36 liter og standardavvik 3 liter. Anta videre at vannforbruket til en gjest ikke påvirkes av vannforbruket til en annen gjest, og at hver gjest bare dusjer en gang.

a) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt gjest bruker minst 39 liter varmtvann når hen dusjer en gang?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.16
- ☐ 0.24
- ☐ 0.23
- ☐ 0.52
- ☐ 0.50
- ☐ 0.18

b) Hva er standardavviket til antall liter vann som brukes hvis 10 tilfeldig valgte gjester dusjer?

Velg ett alternativ

- ☐ 36
- ☐ 9.49
- ☐ 10
- ☐ 30
- ☐ 3
- ☐ 3.81

c) Det kreves mye energi for å produsere varmtvann, derfor varmes det opp vann og lagres i tanker til det skal brukes.

Vi antar nå at 10 tilfeldig valgte gjester dusjer. Hvor mange liter varmtvann må man ha lagret hvis sannsynligheten for ikke å gå tom for varmtvann skal være 0.8?

Velg ett alternativ:

- ☐ 370
- ☐ 435
- ☐ 421
- ☐ 368
- ☐ 389
- ☐ 400

Maks poeng: 3

- 6** Vi kan se på målingene fra et måleinstrument som stokastiske variabler fra en sannsynlighetsfordeling med standardavvik 2.5.

Hva er standardavviket til gjennomsnittet av 10 uavhengige målinger?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.79
- ☐ 0.76
- ☐ 0.90
- ☐ 0.82
- ☐ 0.87
- ☐ 0.85

Maks poeng: 1

- 7 La X og Y være to stokastiske variabler med $E(X) = 0$, $E(Y) = -2$, $\text{Var}(X) = 1$, $\text{Var}(Y) = 4$.

Korrelasjonskoeffisienten mellom X og Y er $\rho = \text{Corr}(X, Y) = 0.5$.

- a) Finn forventningsverdien til $X - Y$. Svaret er et heltall.

$$E(X - Y) = \boxed{}$$

- b) Finn variansen til $X - Y$. Svaret er et heltall.

$$\text{Var}(X - Y) = \boxed{}$$

Maks poeng: 2

8 Levetiden til en bestemt type LED-lys er eksponentialfordelt med forventning 16 år.

a) Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig valgt LED-lys av denne typen har kortere levetid enn 5 år?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.67
- ☐ 0.27
- ☐ 0.87
- ☐ 0.99
- ☐ 0.34
- ☐ 0.55

b) I et rom er det installert 4 tilfeldig valgte LED-lys. Anta at levetiden til de 4 lysene er uavhengige av hverandre. Hva er sannsynligheten for at alle LED-lysene virker i minst 6 år?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.13
- ☐ 0.22
- ☐ 0.05
- ☐ 0.09
- ☐ 0.26
- ☐ 0.15

Maks poeng: 2

- 9 Vi tar 36 prøver av en bergart, og aldersbestemmer prøvene. Vi antar at resultatene, $x_1, x_2, \dots, x_{36}$ (millioner år) er uavhengige og fra samme sannsynlighetsfordeling. Finn et estimat for standardavviket (millioner år) i sannsynlighetsfordelingen når det er gitt at $\sum_{i=1}^{36} (x_i - \bar{x})^2 = 534$.

Velg ett alternativ:

- ☐ 4.1
- ☐ 4.7
- ☐ 4.3
- ☐ 4.9
- ☐ 3.9
- ☐ 4.5

Maks poeng: 1

- 10 I en stor populasjon av lyspærer har en andel p av lyspærene en bestemt defekt. I et utvalg på 100 tilfeldig valgte lyspærer har 30 defekten. Finn et (tilnærmet, basert på normaltilnærming) 95 %-konfidensintervall for p .

Velg ett alternativ:

- ☐ [0.19, 0.41]
- ☐ [0.21, 0.39]
- ☐ [0.23, 0.37]
- ☐ [0.29, 0.31]
- ☐ [0.25, 0.35]
- ☐ [0.27, 0.33]

Maks poeng: 1

- 11 Et apparat måler konsentrasjonen av et stoff i en løsning. Målingene er normalfordelte med forventningsverdi som er lik den virkelige konsentrasjonen og med kjent standardavvik 2 (målt i mg/dm^3). Hvor mange uavhengige målinger må minst gjøres for å kunne regne ut et 95 %-konfidensintervall av lengde høyst 1 for forventningsverdien (målt i mg/dm^3)?

Velg ett alternativ:

- ☐ 20
- ☐ 55
- ☐ 28
- ☐ 62
- ☐ 51
- ☐ 67

Maks poeng: 1

- 12** Vi måler massetettheten av 9 prøver av en bergart. Vi antar at resultatene er uavhengige og kommer fra samme normalfordeling, som har forventningsverdi μ kg/dm³ og kjent standardavvik 0.12 kg/dm³.

Vi skal teste $H_0: \mu \geq 3.10$ mot alternativet $H_1: \mu < 3.10$. Vi baserer testen på gjennomsnittet av målingene, som ble 2.99 kg/dm³.

a) Hva blir p -verdien til hypotesetesten?

Velg ett alternativ:

- ☐ 0.001
- ☐ 0.002
- ☐ 0.003
- ☐ 0.004
- ☐ 0.005
- ☐ 0.006

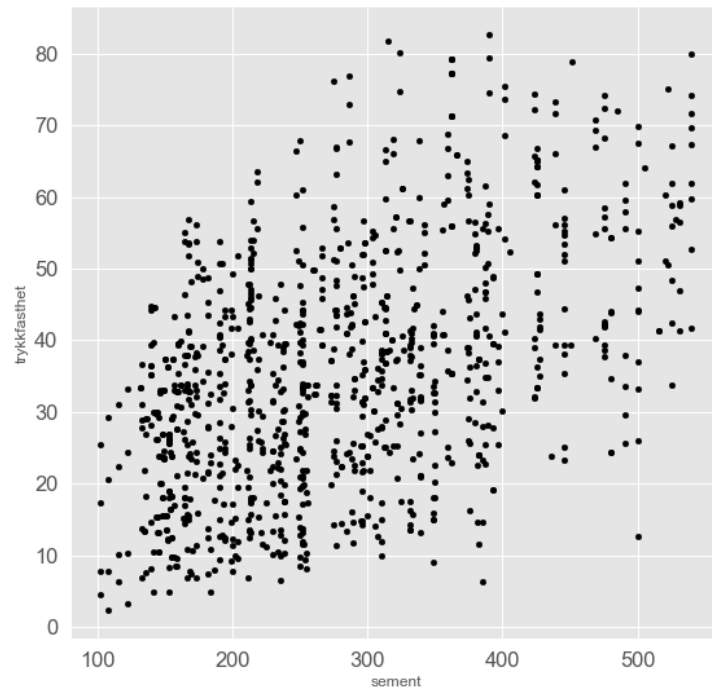
b) Hva er teststyrken til hypotesetesten når vi bruker signifikansnivå 0.05 og den sanne forventningsverdien er 2.95 kg/dm³?

Velg ett alternativ

- ☐ 0.84
- ☐ 0.89
- ☐ 0.80
- ☐ 0.91
- ☐ 0.92
- ☐ 0.98

Maks poeng: 2

13



Betong er et viktig bygningsmateriale, og består av en blanding av sement, vann, sand, stein og eventuelle tilsetningsstoffer. Kvaliteten til betong kan beskrives ved dens trykkfasthet.

Vi skal se på et datasett som inneholder 1030 målinger av trykkfasthet og andre egenskaper til betong. I figuren ser du et kryssplott av sement (innhold av sement i kg pr m³ av betongen, x-aksen) mot trykkfasthet (enhet MPa, y-aksen).

En lineær regresjonsmodell $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ er tilpasset i Python. Responsen Y er betongens trykkfasthet (MPa) og forklaringsvariabelen (kovariaten) x er sementinnholdet i betongen (kg/m³). En del av utskriften fra tilpassingen av modellen er vist her.

	coef	std err	t
Intercept	13.4428	1.297	10.365
sement	0.0796	0.004	18.405

Bruk utskriften til å svare på spørsmålene.

a) Hva er ligningen for den estimerte regresjonslinja?

Velg ett alternativ:

- ☐ $\hat{y} = 1.297 + 0.004 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.004 + 18.405 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.0796 + 0.004 x$
- ☐ $\hat{y} = 10.365 + 18.405 x$
- ☐ $\hat{y} = 13.4428 + 0.0796 x$
- ☐ $\hat{y} = 13.4428 + 1.297 x$

b) Hva blir predikert trykkfasthet (MPa) når sementinnholdet er 300 kg/m³?

Velg ett alternativ

- ☐ 37.32
- ☐ 20.98
- ☐ 38.88
- ☐ 42.09
- ☐ 24.45
- ☐ 32.67

Maks poeng: 2