

i Forside

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i ISTA1001, ISTA1002, ISTA1003, ISTG1001, ISTG1002, ISTG1003, ISTT1001, ISTT1002, ISTT1003 Statistikk

Eksamensdato: 17.08.2021

Eksamenstid (frå-til): 09:00 – 12:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: A / Alle hjelpemiddel tillatne

Fagleg kontakt under eksamen: Mette Langaas

Tlf.: 988 47 649

Teknisk hjelp under eksamen: NTNU Orakel

Tlf: 73 59 16 00

ANNAN INFORMASJON:

Gjer deg opp dine egne meiningar og presiser i svara dine kva for føresetnadar du har lagt til grunn i tolking av oppgåva. Generelt bør du oppgje talsvar med tre desimalar. Fagleg kontaktperson skal berre kontaktast dersom det er direkte feil eller manglar i oppgåvesettet.

Lagring: Svara dine i Inspera Assessment vert lagra automatisk kvart 15. sekund. Jobbar du i andre program – hugs å lagre undervegs.

Juks/plagiat: Eksamen skal vere eit individuelt, sjølvstendig arbeid. Det er ikkje tillate å kommunisere med andre personar om oppgåva eller å distribuere utkast til svar. Slik kommunikasjon er rekna som juks. Alle svar vert kontrollert for plagiat. [Du kan lese meir om juks og plagiering på eksamen her.](#)

Varslingar: Dersom det oppstår behov for å gje beskjedar til kandidatane medan eksamen er i gang (f.eks. ved feil i oppgåvesettet), vil dette bli gjort via varslingar i Inspera. Eit varsel vil dukke opp som en dialogboks på skjermen i Inspera. Du kan finne att varselet ved å klikke på bjølla i øvre høgre hjørne på skjermen. Det vil i tillegg bli sendt SMS til alle kandidatar for å sikre at ingen går glipp av viktig informasjon. Ha mobiltelefonen din innan rekkevidde.

Vekting av oppgåvene: Oppgåve 1: 15%, oppgåve 2: 15%, oppgåve 3: 25%, oppgåve 4: 30%, oppgåve 5: 15%

OM LEVERING:

Filoplasting: Alle filer må vere lasta opp i Inspera før eksamenstida går ut. Det er lagt til 30 minutt til ordinær eksamenstid for eventuell digitalisering av handteikningar og opplasting av filer. Tilleggstida inngår i attståande eksamenstid som vises i øvre venstre hjørne på skjermen. Last opp *håndskrevne* svar i PDF-format.

[Slik digitaliserer du handteikningane dine.](#)

[Slik lagrar du dokumentet ditt som PDF.](#)

NB! Det er ditt eige ansvar å sjå til at du lastar opp riktig(e) fil(er). Kontroller filene du har lasta opp ved å klikke "Last ned" når du står i filopplastingsoppgåva. Alle filer kan fjernast og byttas ut så lenge prøven er open.

Dei ekstra 30 minutta er satt av til innlevering. Får du tekniske problem med opplasting/innlevering, må du ta kontakt for teknisk hjelp før eksamenstida går ut. Kjem du ikkje gjennom på telefonen med ein gong, hald linja til du får svar.

Svara dine vert levert automatisk når eksamenstida er ute og prøven stenger, under føresetnad av at du har svart på minst ei oppgåve. Dette skjer sjølv om du ikkje har klikka «Lever og gå tilbake til Dashboard» på siste side i oppgavesettet. Du kan opne og redigere svara dine så lenge prøven er open. Dersom du ikkje har svart på nokon av oppgåvene ved prøveslutt, vert ingenting levert. Dette vil bli sett på som "ikkje møtt" til eksamen.

Trekk frå eksamen: Blir du sjuk under eksamen, eller av andre grunnar ønskjer å levere blankt/trekke deg, gå til "hamburgermenyen" i øvre høgre hjørne og vel «Lever blankt». Dette kan ikkje angrast sjølv om prøven framleis er open.

Tilgang til svara dine: Du finn svara dine i Arkiv etter at sluttida for eksamen er passert.

1 Oppg. 1 [15%]

Instruksjonar: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspira. Gje alle talsvar med to desimalar.

Ein fabrikk produsera batteri. Batteria er anten defekte eller ikkje defekte. La A vere hendinga at eit tilfeldig vald batteri er defekt og anta at $P(A) = 0.05$.

a) Di som vi vilkårleg trekkjer 15 batteri, kva er sannsynet for at 3 av dei er defekte? Skriv talsvaret med to desimalar:

Fabrikken har utvikla ein hurtigtest som kan nyttast for å undersøkje om eit batteri er defekt eller ikkje defekt. Hurtigtesten er ikkje heilt presis, og ein kan dermed ende opp med feil konklusjon. La B vere hendinga at hurtigtesten viser "defekt". Vi antek at $P(B | A) = 0.80$ og at $P(B' | A') = 0.85$.

b) Kva er sannsynet for at hurtigtesten viser "ikkje defekt" for eit batteri som faktisk er defekt? Skriv talsvaret med to desimalar:

c) Kva er sannsynet for at eit vilkårleg vald batteri vert hurtigtesta og resultatet av hurtigtesten er "defekt"? Skriv talsvaret med to desimalar:

Maks poeng: 15

2 Oppg. 2 [15%]

Instruksjonar: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspira. Gje alle talsvar som heiltal.

La X vere ein stokastisk variabel med forventning $E(X) = 3$ og varians $\text{Var}(X) = 2$.

a) Kva blir forventningsverdien til $2X$? Skriv talsvaret som eit heiltal:

La Y vere ein stokastisk variabel, uavhengig av X , som og har forventningsverdi $E(Y) = 3$ og varians $\text{Var}(Y) = 2$.

b) Kva blir forventningsverdien til $2X + 3Y$? Skriv talsvaret som eit heiltal:

c) Kva blir variansen til $2X + 3Y$? Skriv talsvaret som eit heiltal:

Maks poeng: 15

3 Oppg. 3 [25%]

Instruksjonar: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspira.

Anders har nettopp kjøpt seg ein brukt el-sykkel. Vi skal studere to typar feil som kan opptre på denne sykkelmodellen; feil med ladekabelen og feil med dei elektroniske gira. Basert på kjennskap til liknande bilmodellar antar Anders at feil på ladekabelen kan modellerast som ein poissonprosess med rate $\lambda_L = 0.5$ / år, og at feil med gira kan modellerast som ein poissonprosess med rate $\lambda_G = 2$ / år. Dei to prosessane kan antakast å vere uavhengige.

a)

i. Kva er sannsynet for at ladekabelen må reparerast minst éin gong i løpet av eit år?

Vel eitt alternativ

- ☐ 0.607
- ☐ 0.304
- ☐ 0.271
- ☐ 0.696
- ☐ 0.865
- ☐ 0.393

ii. Kva er sannsynet for at det går meir enn to år før det inntreff ein feil på gira?

Vel eitt alternativ

- ☐ 0.018
- ☐ 0.632
- ☐ 0.982
- ☐ 0.729
- ☐ 0.819
- ☐ 0.368

b) Det kostar 3000 kr for å reparere ladekabelen og 1000 kr for å reparere gira kvar gong dei feilar.

i. Kor mykje må Anders forvente å betale for reparasjonar av desse i løpet av to år?

Vel eitt alternativ

- ☐ 5500 kr
- ☐ 2000 kr
- ☐ 8000 kr
- ☐ 7000 kr
- ☐ 4000 kr
- ☐ 3500 kr

ii. Og kva vert standardavviket i desse reparasjonskostnadane?

Vel eitt alternativ

- ☐ 3605.551 kr
- ☐ 6082.763 kr
- ☐ 4301.163 kr
- ☐ 2549.510 kr
- ☐ 83.666 kr
- ☐ 59.161 kr

c) Anders bestemmer seg for at hen vil skrote sykkelen di som kostnadane for reparasjon av ladekabel og gir overskrider 10 000 kr dei neste to åra. Bruk normaltilnærming for å rekne ut sannsynet for at Anders skrotar sykkelen etter to år.

Vel eitt alternativ

- ☐ 0.710
- ☐ 0.289
- ☐ 0.203
- ☐ 0.797
- ☐ 0.964
- ☐ 0.036

Maks poeng: 25

4 Oppg. 4 [30%]

Instruksjonar: Løys alle oppgåvene med penn og papir. Last opp scan (PDF) av svara dine.

Ei elektronisk eining, A, kan sende ut eit binært signal (0 eller 1). Ein anna elektronisk eining, B, skal ta i mot signalet. Diverre er ikkje overføringa feilfri. Di som eininga A sendar ut signalet a ($a = 0$, eller $a = 1$), vil det signalet eininga B mottar kunne antakast å vere ein normalfordelt storleik Y med forventningsverdi a og varians $\sigma^2 = 0.36$.

a) i. Anta at eininga A har sendt ut signalet $a = 1$. Kva er sannsynet for at eininga B observera eit signal som er mindre enn 0.6?

ii. Anta at eininga A har sendt ut signalet $a = 0$. Kva er sannsynet for at eininga B observera eit signal i intervallet $[-0.6, 0.6]$?

b) Eininga A inneheld ein sensor som monitorar fukt i eit lager. Di som luftfuktigheita er låg sender eininga med jamne mellomrom ut signalet $a = 0$. Di som fuktigheita i lageret overskrid ein terskelverdi sender eininga A ut signalet $a = 1$. Basert på dei tre nyaste (uavhengige) observasjonane gjort med eining B, skal vi vurdere om vi skal gjennomføre planlagd kontroll ved lageret, eller om vi vil utsetje kontrollen. Vi ynskjer dermed å teste

$$H_0 : a = 1 \text{ mot } H_1 : a = 0$$

ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$. Di som observasjonane gjer grunnlag for å forkaste H_0 kan vi utsetje kontrollen.

i. Skriv ned formelen for ein egna testobservator, og forklar kva uttrykk som inngår i formelen.

ii. Kva er testobservatoren si fordeling di som H_0 er sann? Skissér testen sitt forkastningsområde.

iii. Kva blir teststyrken?

iv. Vi har gjort følgande tre observasjonar med eininga B:

$$y_1 = -0.31 \quad y_2 = 1.08 \quad y_3 = 0.85$$

Kva blir utfallet av hypotesetesten?



Last opp fila her. Maks ei fil.

Det er høve til å laste opp følgjande filtypar: **.pdf** Maksimal filstorleik er **50 GB**.



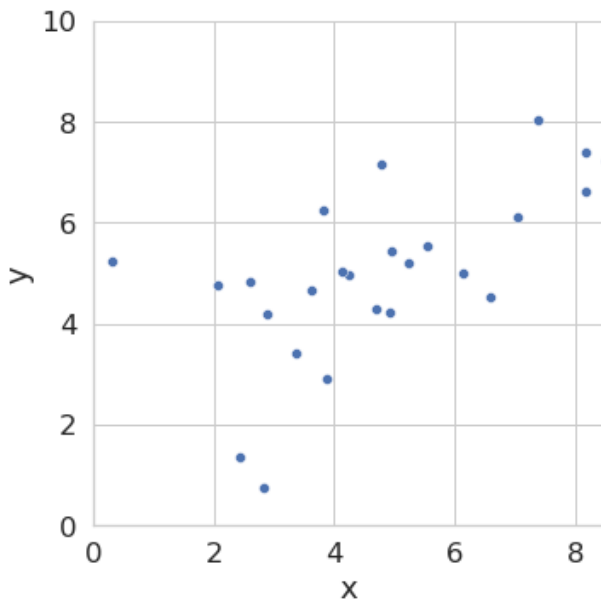
Vel fil for opplasting

Maks poeng: 30

5 Oppg. 5 [15%]

Instruksjonar: Deloppgåvene besvarast direkte i Inspira.

Eit datasett består av 25 observasjonar av ein responsvariabel Y og ein kovariat x . Eit kryssplott av observasjonane er vist under.



Ein lineær regresjonsmodell $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ har blitt tilpassa i Python. Deler av utskrifter (`modell.summary()`) er vist her. Bruk utskrifter til å svare på oppgåve a, b og c.

	coef	std err	t	P> t
Intercept	2.5897	0.693	3.738	0.001
x	0.5104	0.134	3.797	0.001

a) Kva vart den estimerte regresjonslinja?

Vel eitt alternativ

- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 0.1340 x$
- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.6930 x$
- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.1340 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 2.5897 x$
- ☐ $\hat{y} = 0.5104 + 0.6930 x$
- ☐ $\hat{y} = 2.5897 + 0.5104 x$

b) Kva hypotesetest vert utført i utskrifter i linja som startar med "x" ?

Vel eitt alternativ

- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0.5104$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0.5104$
- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 \neq 0$
- ☐ $H_0 : \beta_0 = 1$ mot $H_1 : \beta_0 \neq 1$
- ☐ $H_0 : x = y$ mot $H_1 : x < y$
- ☐ $H_0 : \mu = 0$ mot $H_1 : \mu \neq 0$
- ☐ $H_0 : \beta_1 = 0$ mot $H_1 : \beta_1 > 0$

c) Rekn ut eit 90% konfidensintervall for stigningstalet β_1 .

Vel eitt alternativ

- ☐ [1.6756, 3.5038]
- ☐ [0.2478, 0.7730]
- ☐ [1.2314, 3.9480]
- ☐ [1.4019, 3.7775]
- ☐ [0.3337, 0.6871]
- ☐ [0.2807, 0.7401]

Maks poeng: 15