

1 Oppgave 1 [30%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp scan (PDF) av svarene dine.

La X representere antall ganger en tilfeldig student dupper av (sovner) i løpet av en statistikkforelesning. Anta at X er en diskret stokastisk variabel med sannsynlighetsfordeling

$$P(X = x) = a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad x = 0, 1, 2, 3$$

a) Vis at vi må ha $a = \frac{8}{15} \approx 0.533$ for at fordelingen skal være en gyldig sannsynlighetsfordeling.

b) Vis at forventning og varians til X er henholdsvis 0.73 og 0.86 (avrundet til to desimaler)

c) I en forelesning la foreleseren merke til at en bestemt student duppet av minst én gang. Finn sannsynligheten for at studenten duppet av nøyaktig tre ganger.

d) I en statistikkforelesning er det 300 studenter til stede. La X_i være antall ganger studenter nr i dupper av, for $i = 1, \dots, 300$. Vi antar at studentene dupper av uavhengig av hverandre og at hver X_i har samme fordeling. Totalt antall "avdupninger" blir da

$$X_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{300} X_i$$

i. Hvilken fordeling kan vi bruke som en tilnærming til fordelingen til X_{total} ? Oppgi også parameterne i fordelingen.

ii. Regn ut et estimat på sannsynligheten for at det blir til sammen mellom 200 og 250 "avdupninger" i forelesningen, altså $P(200 < X_{\text{total}} \leq 250)$.



Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er 50 GB.



Velg fil for opplasting

2 Oppgave 2 [30%]

Instruksjoner: Løs alle oppgavene med penn og papir, og vis utregninger. Last opp scan (PDF) av svarene dine.

Det foretas jevnlig fartskontroller på en bestemt veistrekning, og det viser seg at det i gjennomsnitt registreres 4 fartsovertredelser per time.

- a) Hvilke forutsetninger må være oppfylte for at antall fartsovertredelser i løpet av et tidsrom skal være poissonfordelt?
- b) Finn sannsynligheten for at mer enn 5 overtredelser inntreffer i løpet en kontroll som varer i 1.0 timer.

La T betegne tiden fra kontrollen starter til første fartsovertredelse registreres.

- c) i. Hvilken fordeling har T?
ii. Finn forventningsverdi og standardavvik for T.
- d) i. Hva er sannsynligheten for at det tar mer enn 10 minutter til første fartsovertredelse registreres?
ii. Dersom ingen fartsovertredelse har blitt registrert i løpet av 10 minutter, hva er sannsynligheten for at går 10 minutter til før første fartsovertredelse registreres?



Last opp filen her. Maks én fil.

Alle filtyper er tillatt. Maksimal filstørrelse er 50 GB.

Velg fil for opplasting

3 **Oppgave 3 [20%]**

Instruksjoner: Oppgave 3 består av deloppgaver a og b som besvares direkte i Inspira.

Et forbrukerprogram på TV gjennomførte en stikkprøvekontroll av vekten av potter som selges i 400 g-poser. Ifølge produsenten er mengden potet i en pakke normalfordelt med forventning $\mu=400$ gram et standardavvik på $\sigma=10$ gram. Vi ser bort ifra usikkerhet i måling av vekt. Programmet tok 10 stikkprøver og vil nå teste om $\mu<400$ gram ved å bruke testobservatoren $Z = \frac{\bar{X}-400}{\sigma/\sqrt{n}}$, der $\bar{X}$ representerer gjennomsnittet av n målinger.

a) Gjennomsnittsvekten av de ti posene var på 393 gram. Ved signifikansnivå 5%, gir dataene grunnlag for å hevde at forventet vekt er mindre enn 400 g? Begrunn svaret ditt.

Skriv ditt svar her

4 **Oppgave 3 [20%]**

Instruksjoner: Oppgave 3 består av deloppgaver a og b som besvares direkte i Inspira.

Et forbrukerprogram på TV gjennomførte en stikkprøvekontroll av vekten av potter som selges i 400 g-posere. Ifølge produsenten er mengden potet i en pakke normalfordelt med forventning $\mu=400$ gram et standardavvik på $\sigma=10$ gram. Vi ser bort ifra usikkerhet i måling av vekt. Programmet tok 10 stikkprøver og vil nå teste om $\mu<400$ gram ved å bruke testobservatoren $Z = \frac{\bar{X}-400}{\sigma/\sqrt{n}}$, der $\bar{X}$ representerer gjennomsnittet av n målinger.

b) For $\mu=391$ gram er testens styrke på 0.88. Forklar hva dette tallet representerer. Forklaringen skal knyttes opp mot oppgaveteksten.

Skriv ditt svar her

5 Oppgave 4 [20%]

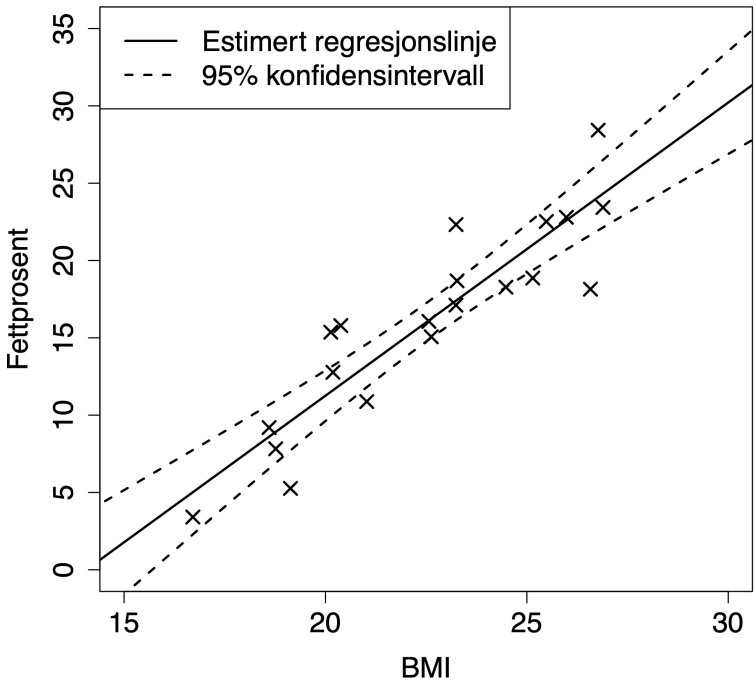
Instruksjoner: Oppgave 4 består av deloppgaver a, b og c som besvares i tekstfelt og som tallsvar

For n = 20 tilfeldig valgte personer skal vi modellere sammenhengen mellom fettprosent og BMI (body mass index) ved den lineære regresjonsmodellen

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

der Y_i og x_i er henholdsvis fettprosent og BMI for person i. Feil-leddene $e_1, e_2, \dots, e_n$ er uavhengige og normalfordelte med forventningsverdi 0 og varians σ^2 .

Vi gjør målinger for n = 20 personer og får verdiene som er vist i figuren under. Kryssene viser målingene, den heltrukne linjen viser den estimerte regresjonslinja, og de stiplede linjene viser et 95% konfidensintervall for regresjonslinja.



a) Hvilke antagelser for lineær regresjon er det rimelig å vurdere basert på et slikt plott? Diskuter om antagelsene ser ut til å være tilfredstilte for målingene vist i figuren.

Skriv ditt svar her

6 **Oppgave 4 [20%]**

Instruksjoner: Oppgave 4 består av deloppgaver a, b og c som besvares i tekstfelt og som tallsvar

Minste-kvadraters-metode gir estimert regresjonslinje $y = -26.7 + 1.90x$.

b) Hva blir predikert fettprosent for en person med BMI = 20, og hva blir predikert fettprosent for en person med BMI = 30? Fyll inn tallsvar uten avrunding.

Prediksjon for BMI = 20:

Prediksjon for BMI = 30:

7 **Oppgave 4 [20%]**

Instruksjoner: Oppgave 4 består av deloppgaver a, b og c som besvares i tekstfelt og som tallsvar

Minste-kvadraters-metode gir estimert regresjonslinje $y = -26.7 + 1.90x$.

c) Ved å ta utgangspunkt i figuren i oppgave 4a forklar hvorfor vi er mer usikre på prediksjonen av fettprosent for personer med BMI = 30, enn for personer med BMI = 20.

Skriv ditt svar her