

En robotarm er programmert til å stoppe 50 mm over en overflate. Fra tidligere målinger vet programmereren at posisjonen skal være normalfordelt med standardavvik $\sigma = 2.5$ mm. Etter å ha gjentatt operasjonen noen ganger mistenker programmereren at forventet avstand μ fra overflaten er for stor, som i så fall betyr at robotarmen er feilkalibrert.

Programmereren ønsker å teste nullhypotesen at forventet avstand er 50 mm, mot den alternative hypotesen at den er større enn 50 mm. Det vil si, hun vil teste

$$H_0 : \mu = 50 \text{ mot } H_1 : \mu > 50.$$

Hun går fram ved å la robotarmen gjennomføre operasjonen 12 ganger og hver gang måle avstanden over overflaten. Videre bestemmer hun seg for å forkaste nullhypotesen dersom gjennomsnittlig avstand av de 12 forsøkene er større enn 51.5 mm.

(a) Hva er sannsynligheten for at hun gjør en type-1 feil? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.0005 eller 0.1234.

(b) Dersom $\mu = 52$ mm, hva er teststyrken? Oppgi svaret som et desimaltall med fire desimaler, for eksempel 0.0005 eller 0.1234.

la X_i være avstand over overflaten i robotforsøk nr i.

$X_1, \dots, X_n$ uavhengig og $N(\mu, \sigma = 2.5 \text{ mm})$
 $\uparrow$
 $n = 12$

dermed vil $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.5}{\sqrt{12}})$ $\frac{2.5}{\sqrt{12}} = 0.7217$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\text{type I-feil}) &= P(\text{forkaste } H_0 \text{ gitt at } H_0 \text{ er sann}) \\ &\quad \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{hva er regelen?} \\ \uparrow \\ \bar{X} > 51.5 \text{ mm} \end{array} \quad \bar{X} \sim N(50, 0.7217) \end{aligned}$$

$$= P(\bar{X} > 51.5 \text{ gitt } \bar{X} \sim N(50, 0.7217))$$

$$= 1 - P(\bar{X} \leq 51.5 \text{ gitt at } \bar{X} \sim N(50, 0.7217))$$

$$= 1 - P\left(\frac{\bar{X} - 50}{0.7217} \leq \frac{51.5 - 50}{0.7217}\right)$$

$$= 1 - P(Z \leq 2,0754) = 1 - \Phi(2.08)$$

$$= 1 - 0.9812 = \underline{\underline{0,0188}}$$

Er svaret realistisk? Vi ønsker at type I-fal er et lite tall - gjerne rundt 5% og mellom 1-10% er realistisk svar.

b) Nå gjør vi "det samme", men nå er den samme μ -en $\mu = 52$. Ellers er alt det samme

Teststyrke = $P(\text{forkastet } H \text{ gitt at } \mu = 52 \text{ er sann verdi})$

$$= P(\bar{X} > 51.5 \text{ når } \bar{X} \sim N(52, 0.7217))$$

$$= 1 - P\left(\frac{\bar{X} - 52}{0.7217} \leq \frac{51.5 - 52}{0.7217}\right)$$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{-0.5}{0.7217}\right) = 1 - \Phi(-0.69)$$

$$= 1 - 0.2451 = \underline{\underline{0.7549}}$$

Er svaret realistisk? Vi ønsker gjerne at en test har styrke rundt 80%.