

Levetid og pålitelighet med eksponensial- og Weibullfordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Levetid som en stokastisk variabel

T : tid frem til et produkt går i stykker

 Levetid

Sannsynlighetsfordeling $f(t) \quad t > 0$

Forventningsverdi $E(T)$  Forventet levetid  Mean time to failure
MTTF

Pålitelighet $R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$

Eks:

Sannsynligheten for at produktet har gått i stykker før det har gått $t = 10$ timer:

$$F(10) = P(T \leq 10) = 0.4$$

Sannsynligheten for at produktet fremdeles fungerer etter $t = 10$ timer:

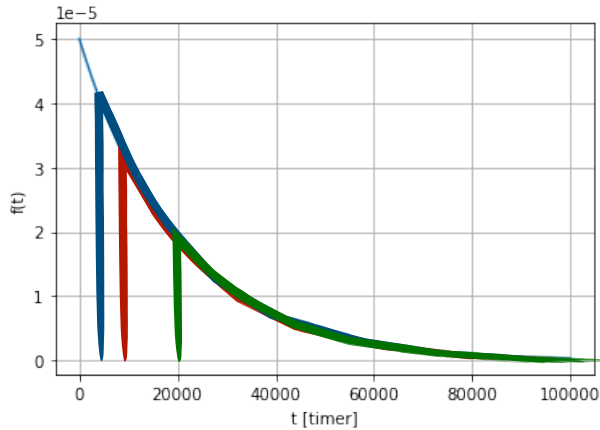
$$1 - F(10) = 1 - P(T \leq 10) = 0.6$$

Eksponensialfordelt levetid



T : Levetiden til en LED-pære

Eksponensialfordeling $f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t > 0 \quad \lambda = \frac{1}{20\,000}$



Forventningsverdi $E(T) = 20\,000$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(T) = e^{-\lambda t}$

$$R(5000) = 0.78$$

$$R(10\,000) = 0.61$$

$$R(20\,000) = 0.37$$

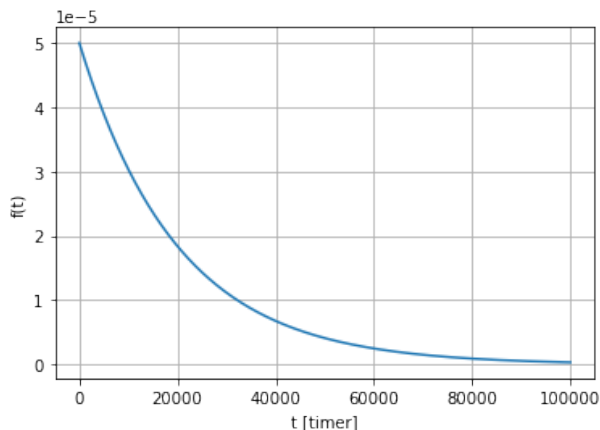
$$P(T > 10\,000) = R(10\,000)$$

Eksponensialfordelt levetid



T : Levetiden til en LED-pære

Eksponensialfordeling $f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t > 0 \quad \lambda = \frac{1}{20\,000}$



Forventningsverdi $E(T) = 20\,000$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(T) = e^{-\lambda t}$

$$R(5000) = 0.78$$

Eks: Vi vet at lyspæren har fungert i 10 000 timer

Hva er sannsynligheten for at den fungerer i 5000 timer til?

$$P(T > 15\,000 | T > 10\,000)$$

Levetid som en stokastisk variabel

T : tid frem til et produkt går i stykker

Sannsynlighetsfordeling $f(t) \quad t > 0$

Pålitelighet $R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$

Sviktrate $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$

Eks:

Eksponensialfordeling $h(t) = \lambda$



Ikke bytte ut lyspære som fungerer!

Weibullfordelt levetid

T : Levetiden til et produkt

Weibullfordeling

$$f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0$$


Obs! $\alpha = 1$ gir eksponensialfordelingen

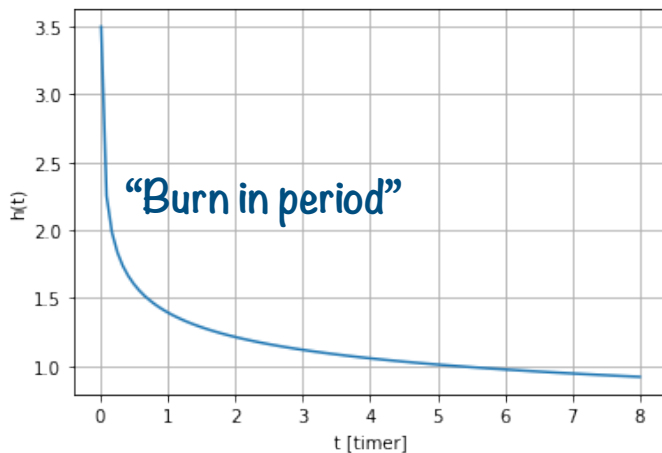
Weibullfordelt levetid

T : Levetiden til et produkt

Weibullfordeling $f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$ $R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$

Sviktrate $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}$



$$\lambda = 2$$

$$\alpha = 0.8$$

Avtagende sviktrate

“Barnesykdommer”

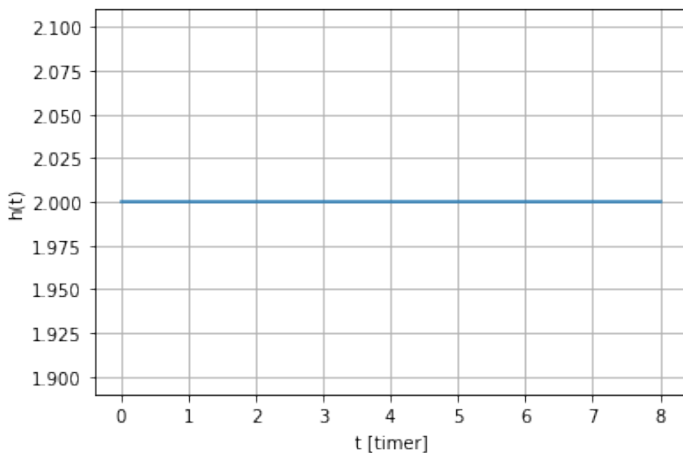
Weibullfordelt levetid

T : Levetiden til et produkt

Weibullfordeling $f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$ $R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$

Sviktrate $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}$



$$\lambda = 2$$

$$\alpha = 1$$

Konstant sviktrate

Eksponensialfordeling

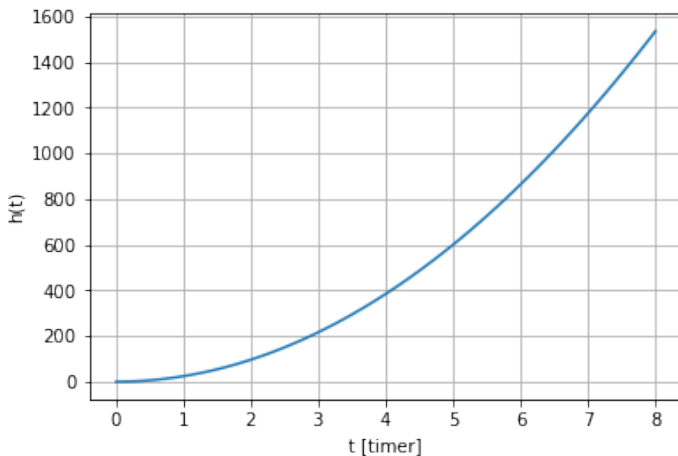
Weibullfordelt levetid

T : Levetiden til et produkt

Weibullfordeling $f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$ $R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$

Sviktrate $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}$



$$\lambda = 2$$

$$\alpha = 3$$

Økende sviktrate

Slitasje

Weibullfordelt levetid

T : Levetiden til et produkt

Weibullfordeling $f(t) = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0$

Pålitelighet $R(t) = 1 - F(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$ $R(t) = e^{-(\lambda t)^\alpha}$

Sviktrate $h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha\lambda(\lambda t)^{\alpha-1}$

Forventning (MTTF) $E(T) = \frac{1}{\lambda}\Gamma(1+\frac{1}{\alpha})$

Gamma-funksjonen

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1}e^{-t}dt$$

Regne ut numerisk!