

Hendelser og sannsynlighet

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Motivasjon

“Det kommer antageligvis til å regne i morgen”

“Jeg er sikker på at bussen er forsinket”

Hendelser

Def: **Stokastisk forsøk**

- ulike utfall kan inntreffe og,
- på forhånd kan vi ikke være helt sikre på utfallet

Eksempel: **Terningkast**

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

Def: **Utfallsrom** (S)

Mengden av alle enkeltutfall i et stokastisk forsøk

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

► Ett av utfallene i S må inntreffe

► Ingen enkeltutfall kan ikke inntreffe samtidig

Def: **Hendelse** (A, B, C)

En hendelse er en delmengde av utfallsrommet

A : 'flere enn to øyne på terningen'

$$A = \{3, 4, 5, 6\}$$

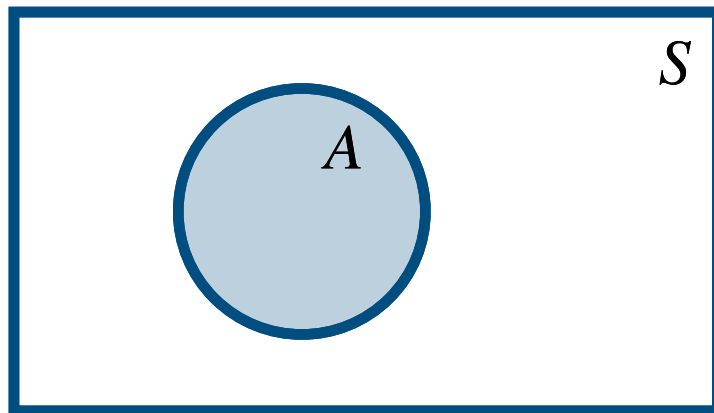
B : 'odde antall øyne'

$$B = \{1, 3, 5\}$$

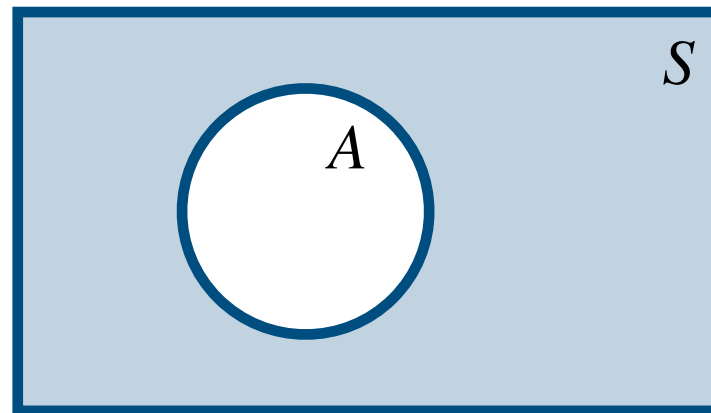
C : '1-er'

$$C = \{1\}$$

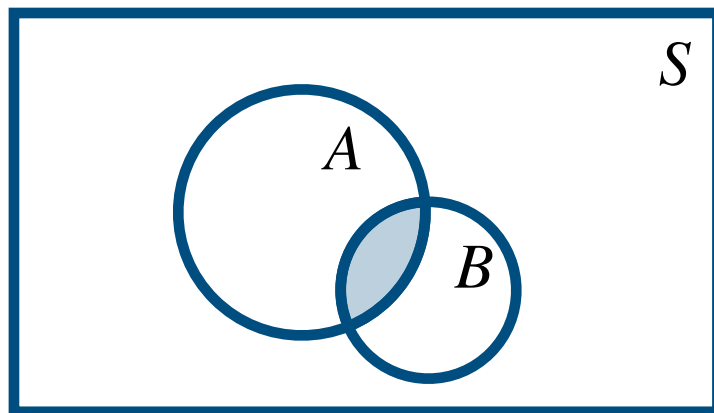
Vennndiagram og operasjoner på hendelser



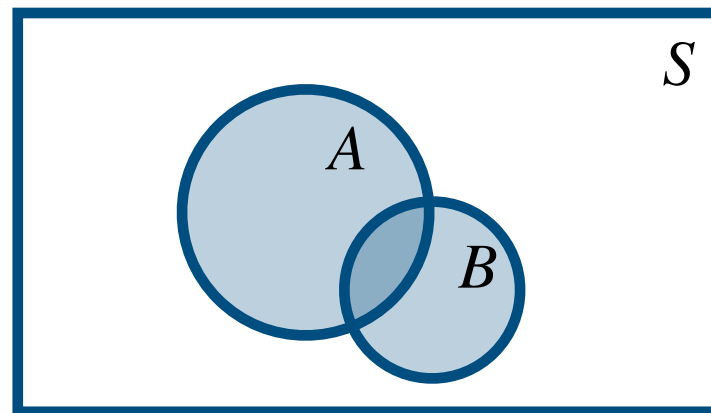
Skravert: Hendelsen A



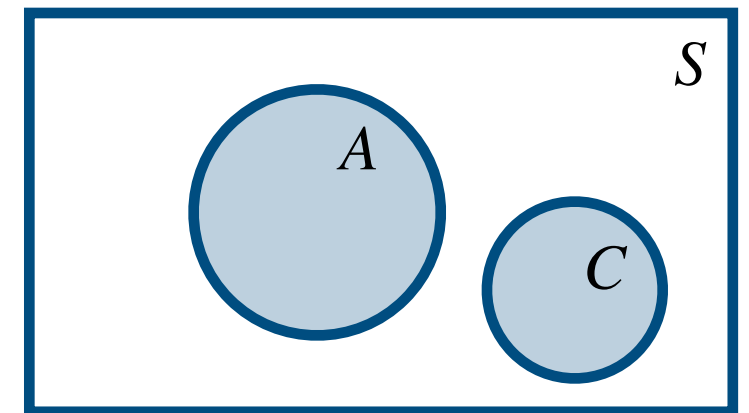
Skravert: Komplementærhendelsen A'



Skravert: Snittet $A \cap B$



Skravert: Unionen $A \cup B$



Skravert: Unionen $A \cup C$ av disjunkte hendelser

Hendelser som ikke har
noen enkeltutfall til felles

Operasjoner på hendelser

Eksempel: Terningkast

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad A = \{3, 4, 5, 6\} \quad B = \{1, 3, 5\} \quad C = \{1\}$$

$$A' = \{1, 2\}$$

$$A \cap B = \{3, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

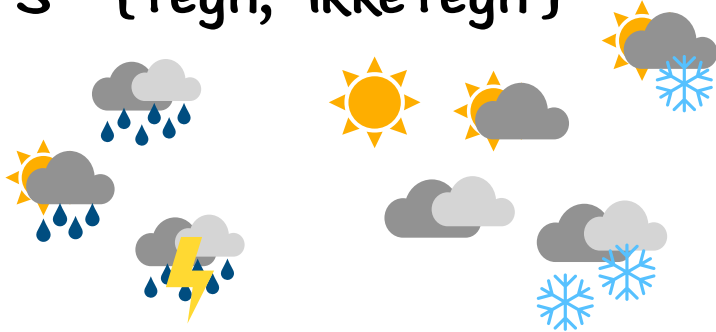
$$A \cap C = \{\} = \phi$$

 Disjunkte hendelser

Hendelser og sannsynlighet

“Det kommer antageligvis til å regne i morgen”

$S = \{\text{regn, ikke regn}\}$



$S = \{ \text{☁️🌧️} \text{ ☀️☁️🌧️} \text{ ☁️⚡️🌧️} \text{ ☀️} \text{ ☀️☁️} \text{ ☁️} \text{ ☀️☁️❄️} \text{ ☁️❄️❄️} \}$

$\text{regn} = \{ \text{☁️🌧️} \text{ ☀️☁️🌧️} \text{ ☁️⚡️🌧️} \}$

Sannsynligheten for regn: $P(\text{regn})$

En matematisk funksjon som tar inn en hendelse og gir et tall mellom 0 og 1

Tallfeste sannsynligheter

Eksempel: Terningkast

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$C = \{1\}$

Hva er $P(C)$?

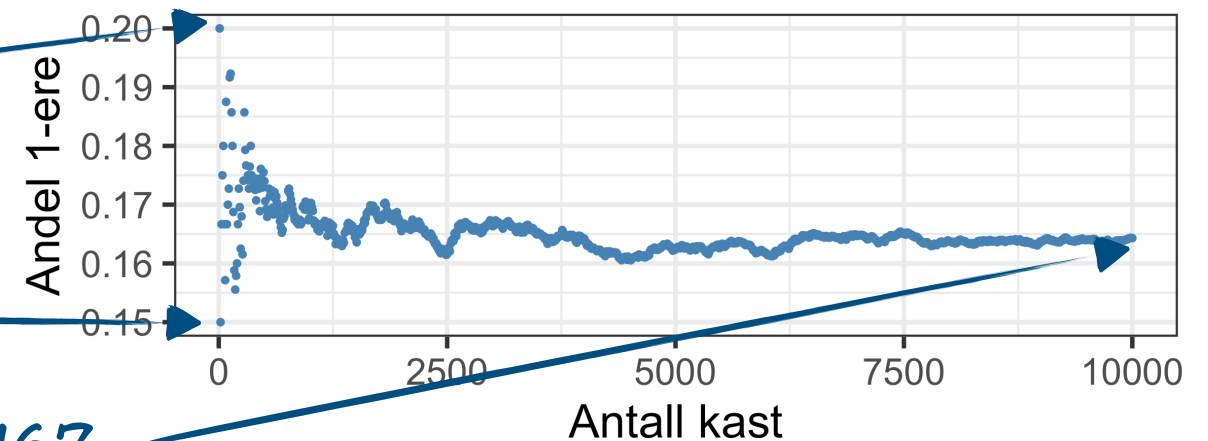
Fremgangsmåte 1: Vi repeterer det stokastiske forsøket veldig mange ganger og regner ut hvor ofte hendelsen inntraff

5 1 6 6 6 2 4 5 1 2 1 5 3 4 3 4 6 2 4 3

andel 1-ere = $2/10 = 0.2$

andel 1-ere = $3/20 = 0.15$

$p(C) \approx 0.167$



Fremgangsmåte 2: Vi antar en sannsynlighetsmodell basert på kunnskap, erfaring og historiske data

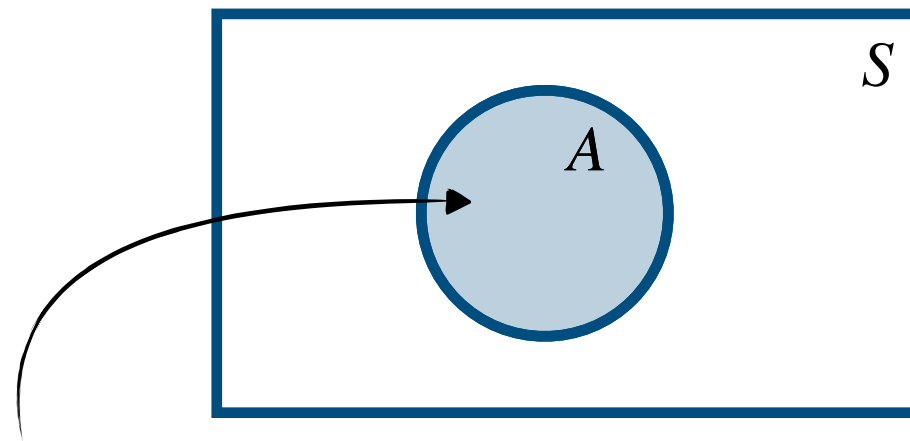
Anta: Alle sider av terningen er like sannsynlige $p(C) = \frac{1}{6} = 0.16667$

Uniform sannsynlighetsmodell

Sannsynlighetsfunksjonen P

P er en funksjon slik at for enhver hendelse, A , i et utfallsrom S , så sier $P(A)$ hvor sannsynlig A er

Areal av firkant = $P(S) = 1$



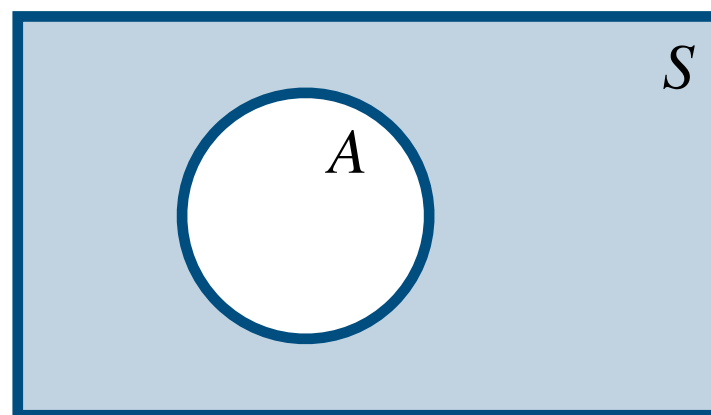
$P(A) = \text{Arealet av skravert område}$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Husk: Ett av utfallene i utfallsrommet S **må** inntreffe

$P(\phi) = 0$

Komplementregelen

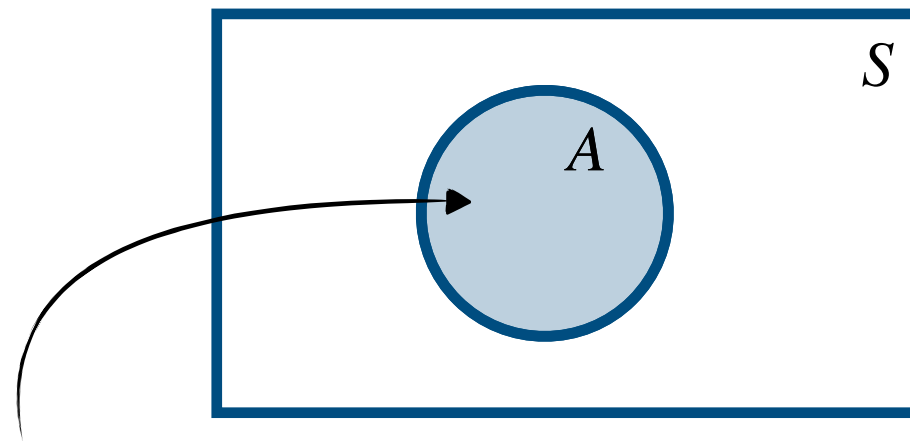


$$P(A') = 1 - P(A)$$

Sannsynlighetsfunksjonen P

P er en funksjon slik at for enhver hendelse, A , i et utfallsrom S , så sier $P(A)$ hvor sannsynlig A er

Areal av firkant = $P(S) = 1$



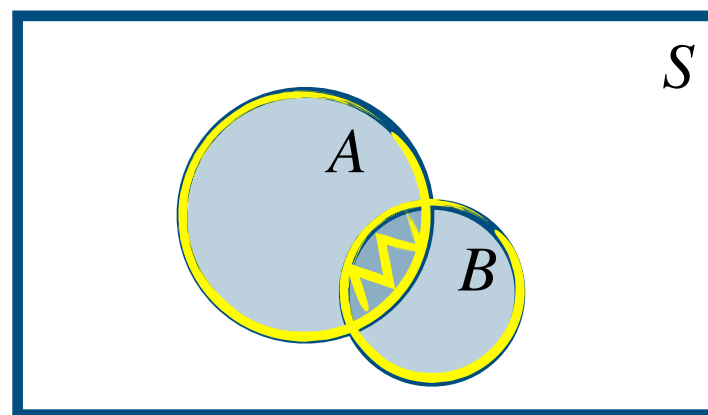
$P(A) = \text{Arealet av skravert område}$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Husk: Ett av utfallene i utfallsrommet S **må** inntreffe

$P(\phi) = 0$

Addisjonsregelen

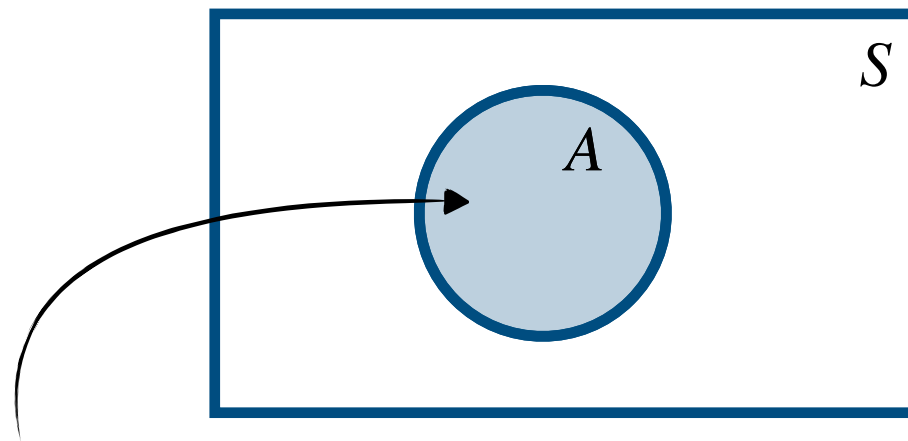


$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sannsynlighetsfunksjonen P

P er en funksjon slik at for enhver hendelse, A , i et utfallsrom S , så sier $P(A)$ hvor sannsynlig A er

Areal av firkant = $P(S) = 1$



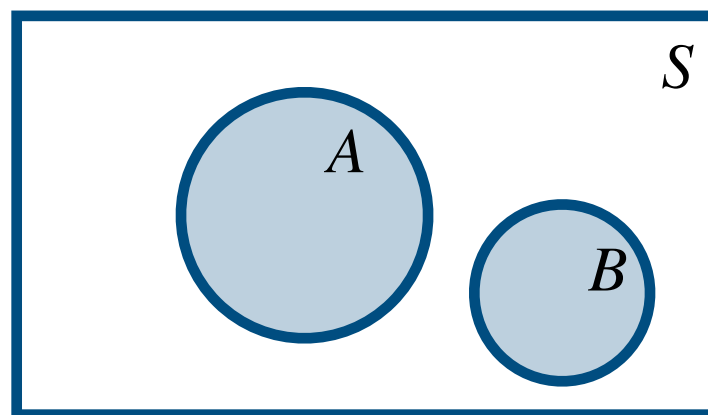
$P(A) = \text{Arealet av skravert område}$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Husk: Ett av utfallene i utfallsrommet S **må** inntreffe

$P(\phi) = 0$

Addisjonsregelen



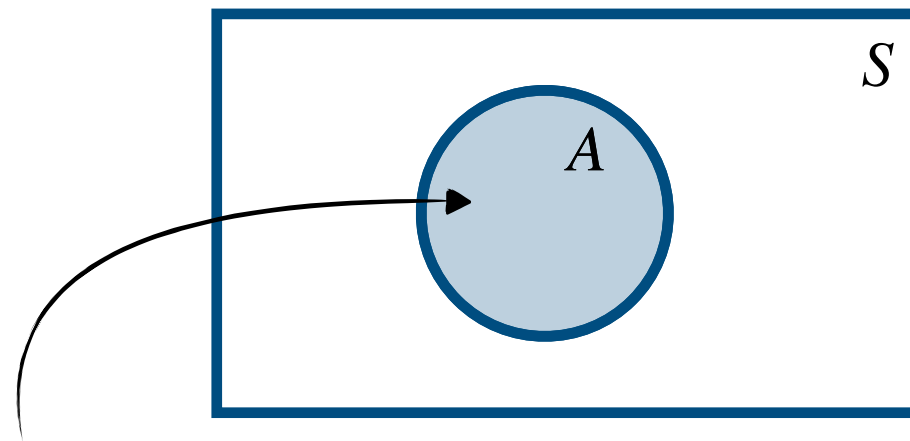
$$A \cap B = \phi$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sannsynlighetsfunksjonen P

P er en funksjon slik at for enhver hendelse, A , i et utfallsrom S , så sier $P(A)$ hvor sannsynlig A er

Areal av firkant = $P(S) = 1$



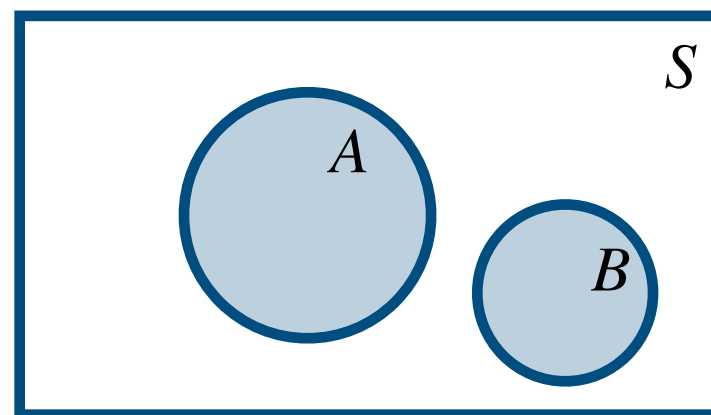
$P(A) = \text{Arealet av skravert område}$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Husk: Ett av utfallene i utfallsrommet S **må** inntreffe

$P(\phi) = 0$

Addisjonsregelen



$$A \cap B = \phi$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$