

Uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Uniform sannsynlighetsmodell

Eksempel: Terningkast $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Alle enkeltutfall er like sannsynlige

S

1	2	3
4	5	6

A : 'flere enn to øyne på terningen'

$A = \{3, 4, 5, 6\}$

$$p(A) = \frac{4}{6}$$

Antall gunstige utfall
Antall mulige utfall

$$P(A) = \frac{\text{antall gunstige utfall for } A}{\text{antall mulige utfall}} = \frac{g}{m}$$

Ikke alltid så enkelt å vite hva m og g er...

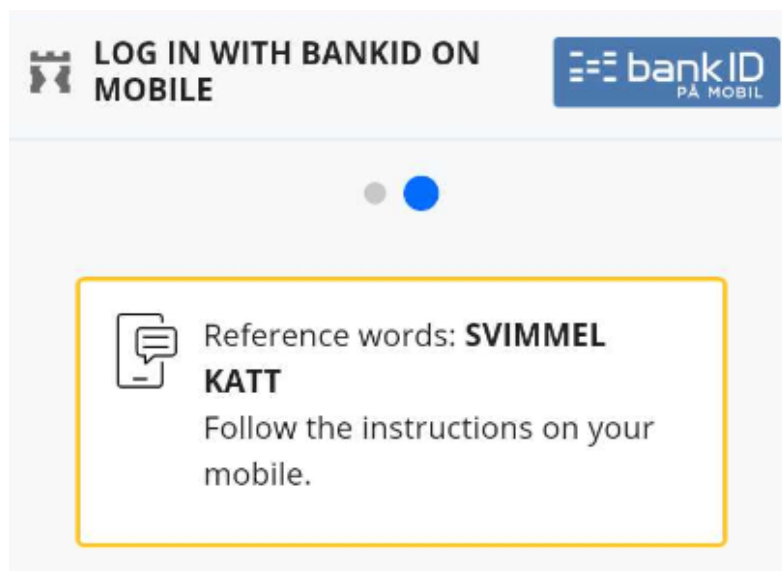
Telleregler

1. Produktregelen
 2. Antall rekkefølger
 3. Potensregelen
 4. Antall permutasjoner
 5. Antall kombinasjoner
- } *Urnemodell*

Produktregelen

Dersom et forsøk kan gjøres i k deler, og første del kan gjøres på m_1 måter, andre del på m_2 måter, osv, så er totalt antall mulige utfall av forsøket gitt ved

$$m = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$$



Adjektiver (7)

svimmel
grønn
blid
gal
møkkete
rar
surrete

Substantiver (9)

katt
hund
sau
bil
barnevogn
iPhone
kamel
fredag
foreleser

Verb (3)

hopper
spiser
tenker

Adjektiver (4)

rart
pent
ekkelig
raskt

Hvor mange mulige setninger?

$$m = 7 \cdot 9 = 63$$

$$m = 7 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 4 = 756$$

Hva er sannsynligheten for at setningen starter med ordet "svimmel" og slutter med ordet "ekkelig"?

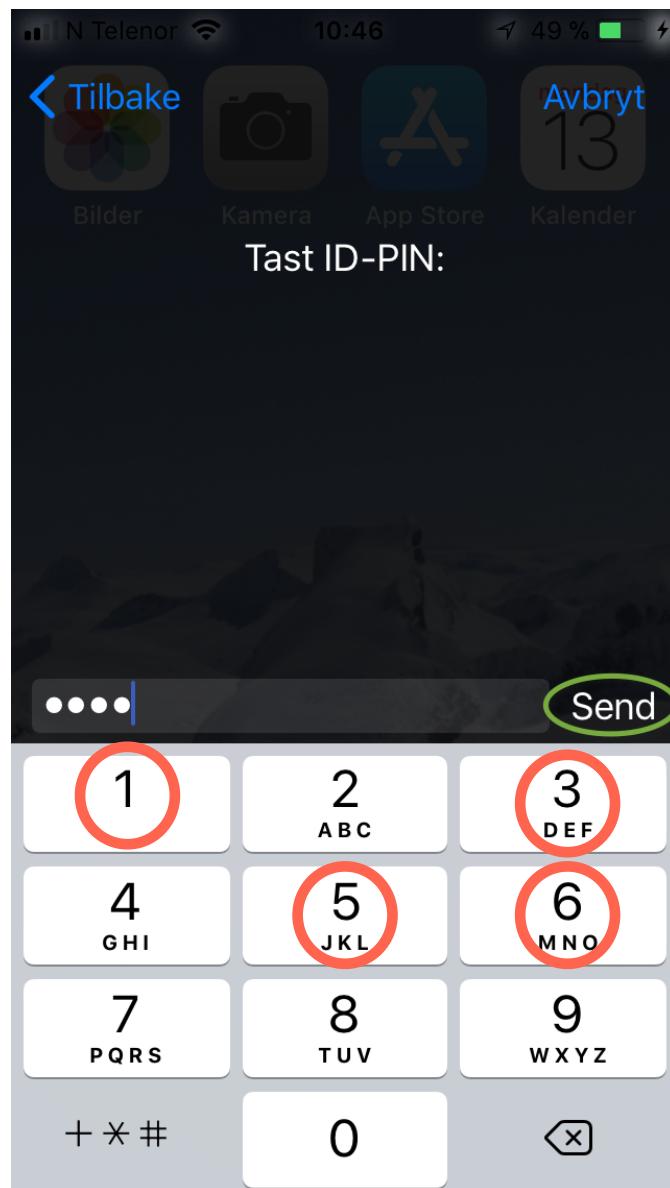
$$g = \underline{1 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1} = 27$$

$$\frac{g}{m} = \frac{27}{756} = 0,036$$

Antall rekkefølger

n ulike objekter kan sorteres i $n!$ ulike rekkefølger

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$



Hvor mange mulige koder?

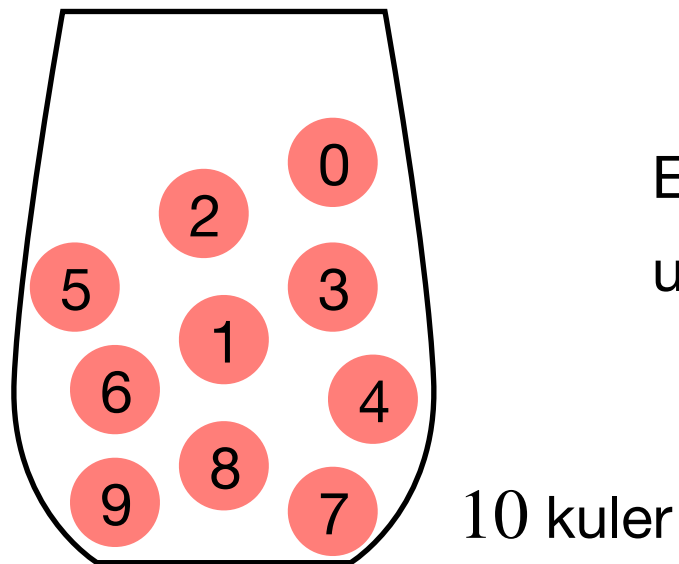
$$m = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Hva er sannsynligheten for å gjette riktig?

$$g = 1$$

$$\frac{g}{m} = \frac{1}{24} = 0,042$$

Urnemodell



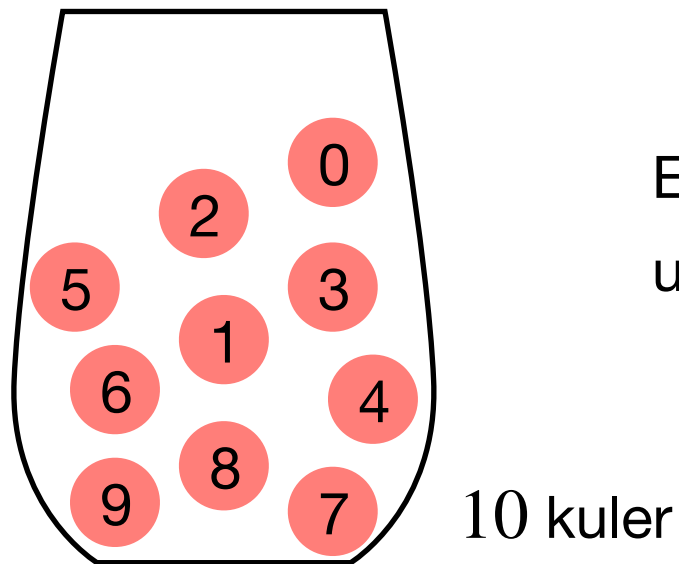
Eksempel: Vi skal trekke tre kuler fra urna og regne ut sannsynligheten for at vi trekker rekkefølgen



Situasjon 1: Vi trekker tilfeldig 3 kuler *med* tilbakelegging

$$m = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 \qquad \frac{g}{m} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

Urnemodell



Eksempel: Vi skal trekke tre kuler fra urna og regne ut sannsynligheten for at vi trekker rekkefølgen



Situasjon 1: Vi trekker tilfeldig 3 kuler *med* tilbakelegging

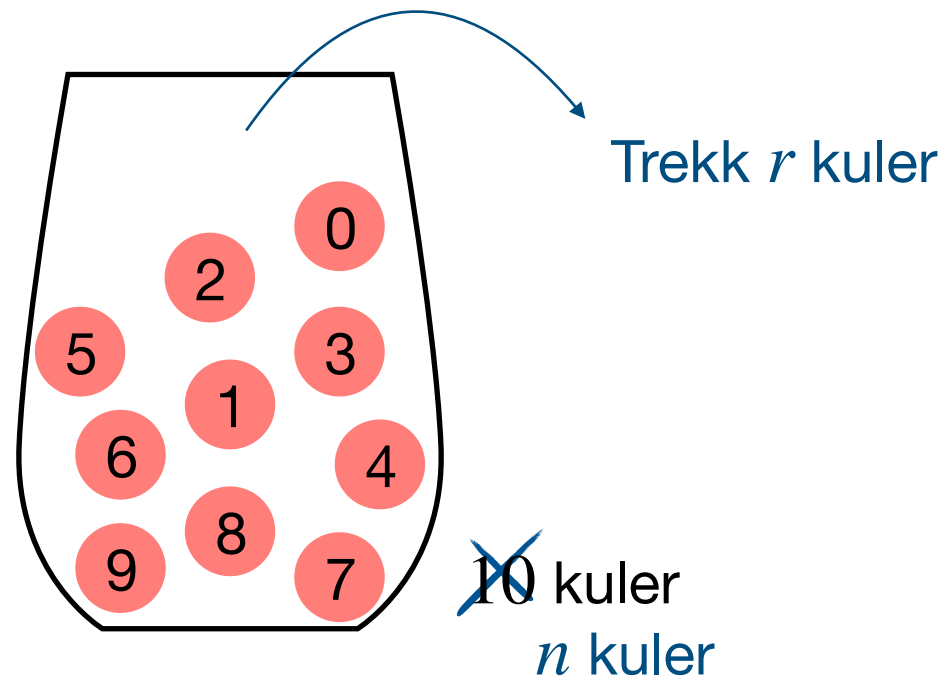
$$m = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 \qquad \frac{g}{m} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

Situasjon 2: Vi trekker tilfeldig 3 kuler *uten* tilbakelegging

Merk: $10 \cdot 9 \cdot 8 = \frac{10!}{(10-3)!}$

$$m = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \qquad \frac{g}{m} = \frac{1}{720} = 0,0014$$

Urnemodell



Situasjon 1: Vi trekker tilfeldig r kuler *med* tilbakelegging og registrerer rekkefølgen

Potensregelen:

$$m = n^r$$

ordnet utvalg

Situasjon 2: Vi trekker tilfeldig r kuler *uten* tilbakelegging og registrerer rekkefølgen

Antall permutasjoner:

$$m = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \leftarrow nP_r$$

ordnet utvalg

Situasjon 3: Vi trekker tilfeldig r kuler *uten* tilbakelegging men registrerer ikke rekkefølgen

Antall kombinasjoner:

$$m = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \leftarrow nC_r \quad \leftarrow \binom{n}{r}$$

ikke-ordnet utvalg