

Forventningsverdi og varians

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

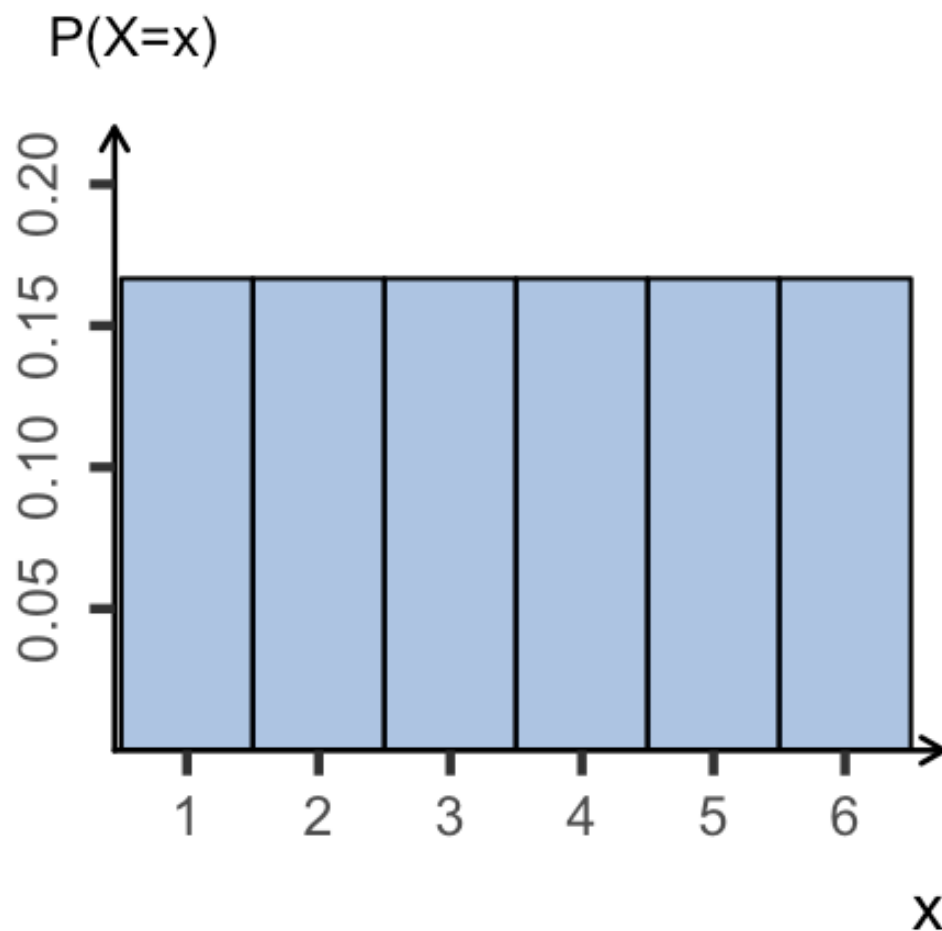
Motivasjon: Forventningsverdi



Eksempel: Terningkast

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

X : teller antall øyne på terningen



Hva forventer vi å få dersom vi kaster terningen en gang?

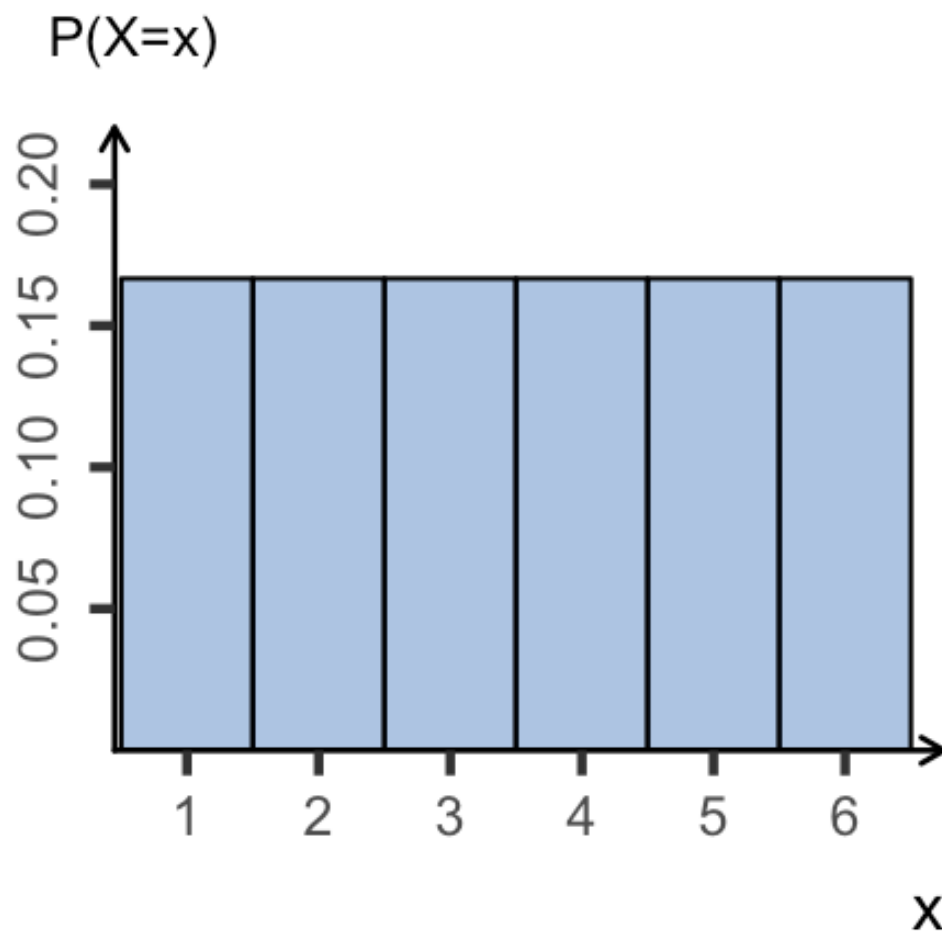
Motivasjon: Forventningsverdi



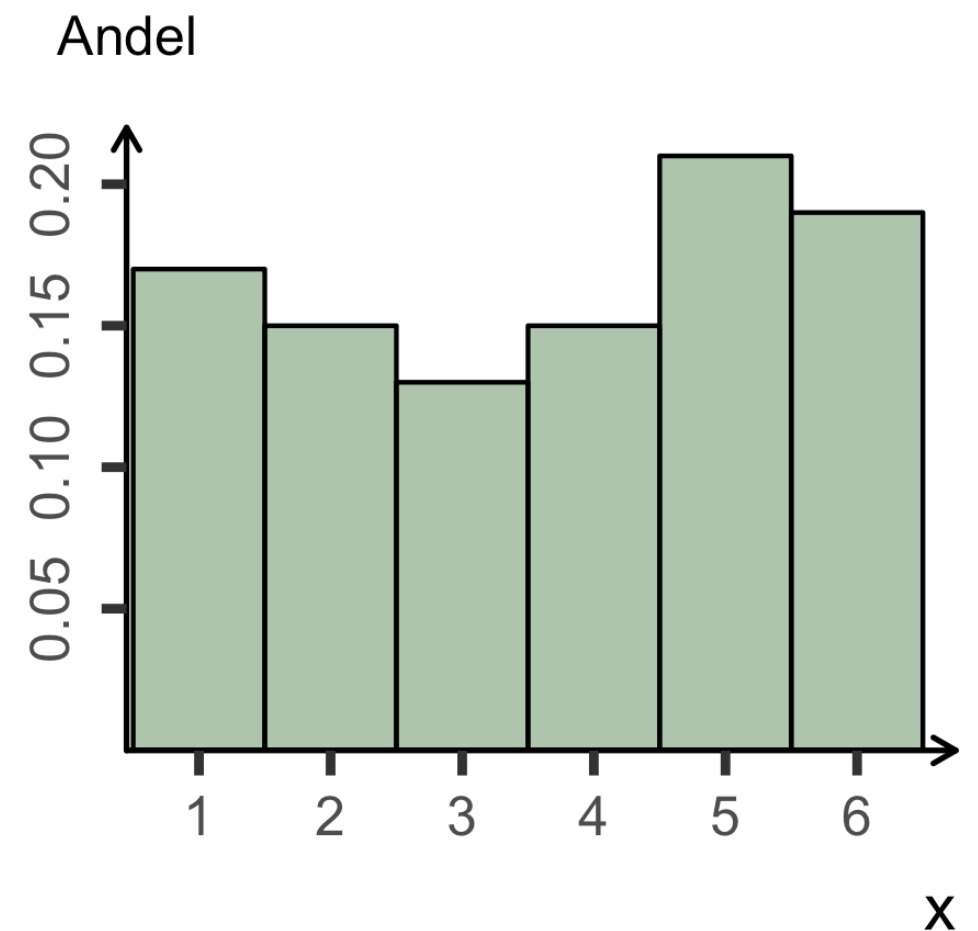
Eksempel: Terningkast

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

X : teller antall øyne på terningen



100 terningkast



Hva forventer vi å få dersom vi kaster terningen 100 ganger?

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i}{100} = 3.65$$

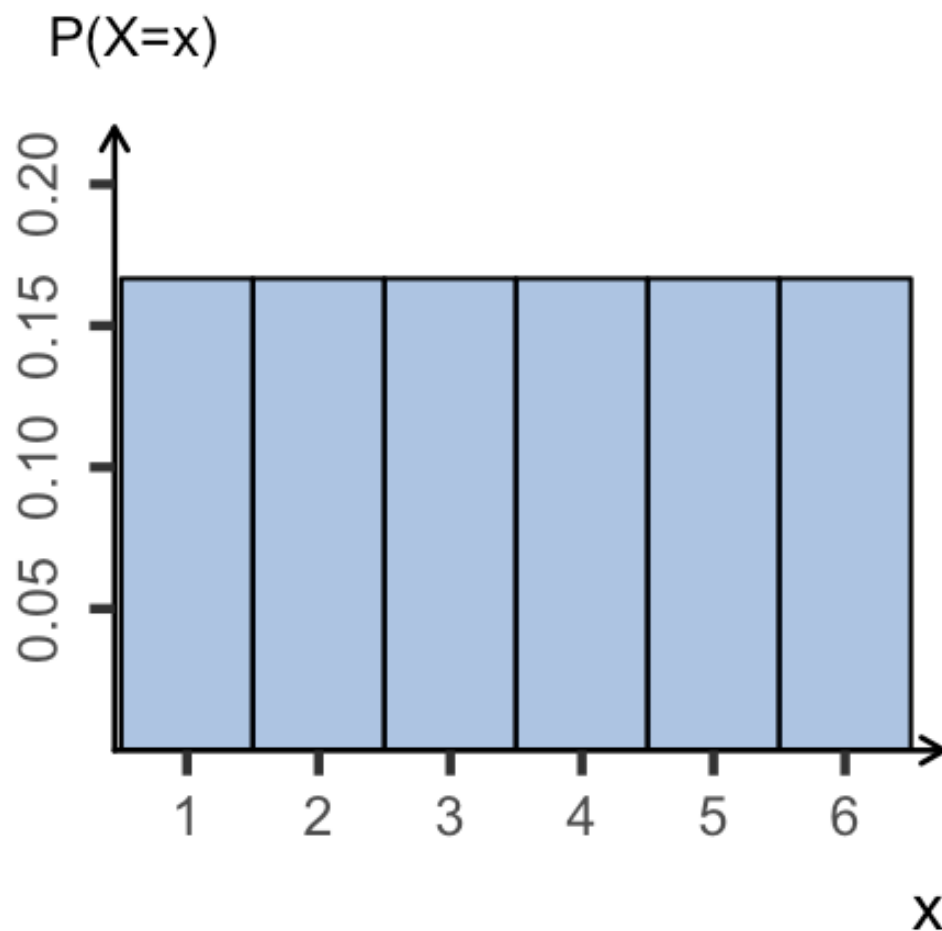
Motivasjon: Forventningsverdi



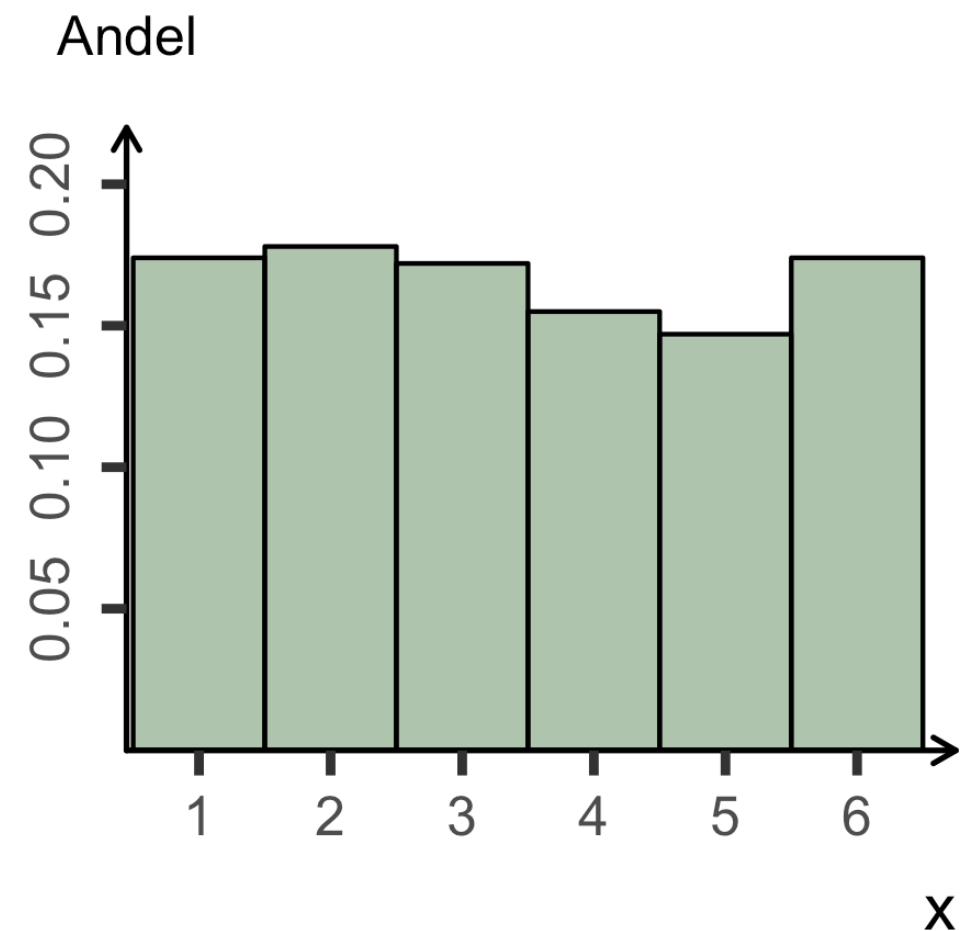
Eksempel: Terningkast

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

X : teller antall øyne på terningen



1000 terningkast



Hva forventer vi å få dersom vi kaster terningen 1000 ganger? $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{1000} x_i}{1000} = 3.445$

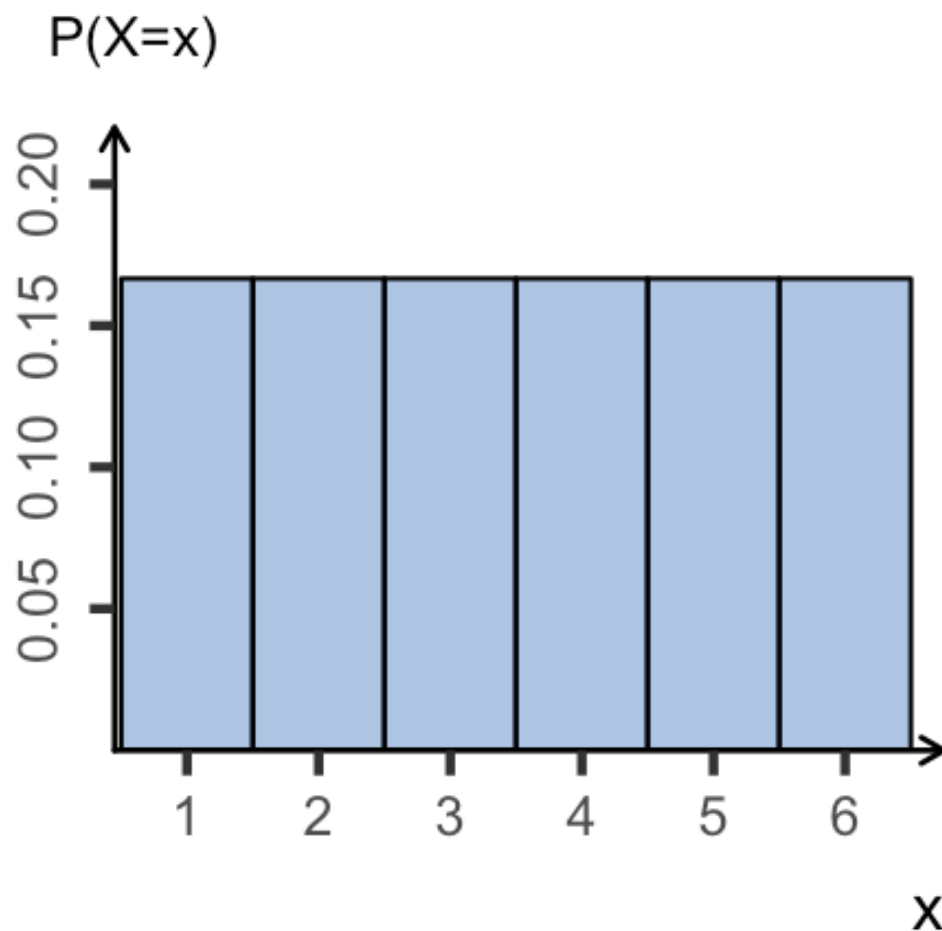
Motivasjon: Forventningsverdi



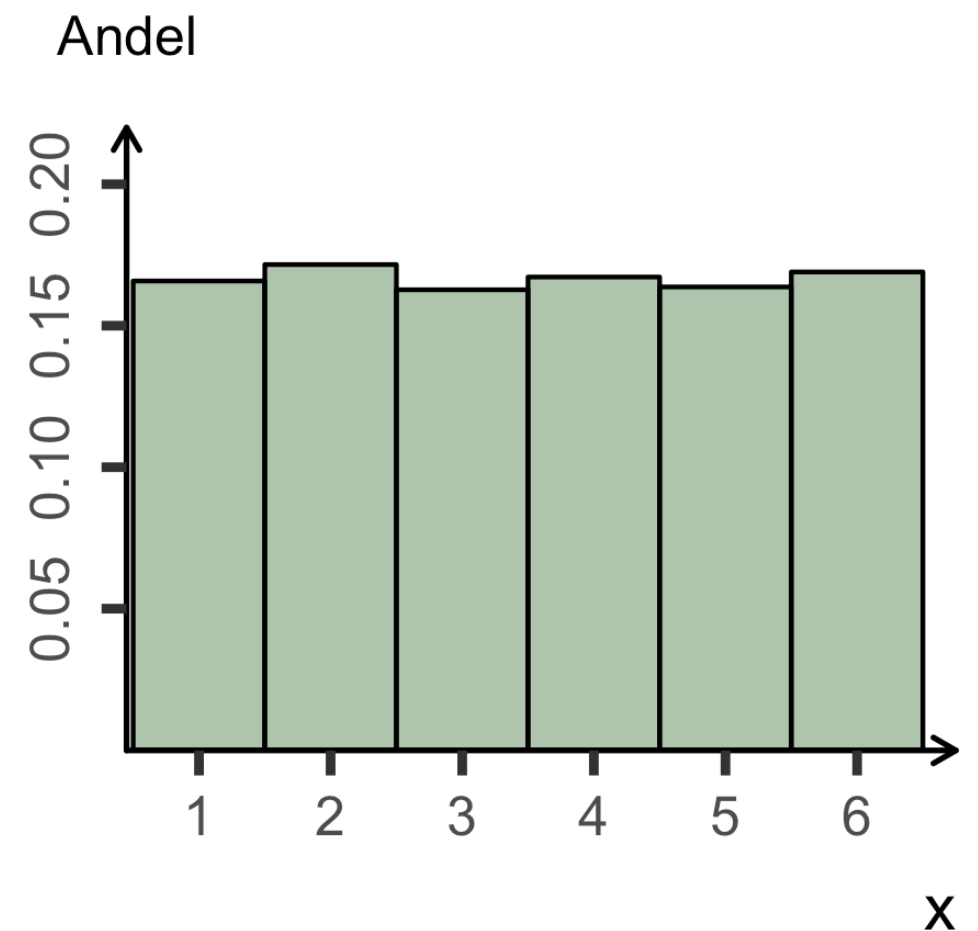
Eksempel: Terningkast

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

X : teller antall øyne på terningen



10.000 terningkast



Hva forventer vi å få dersom vi kaster terningen 10.000 ganger?

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10000} x_i}{10000} = 3.5$$

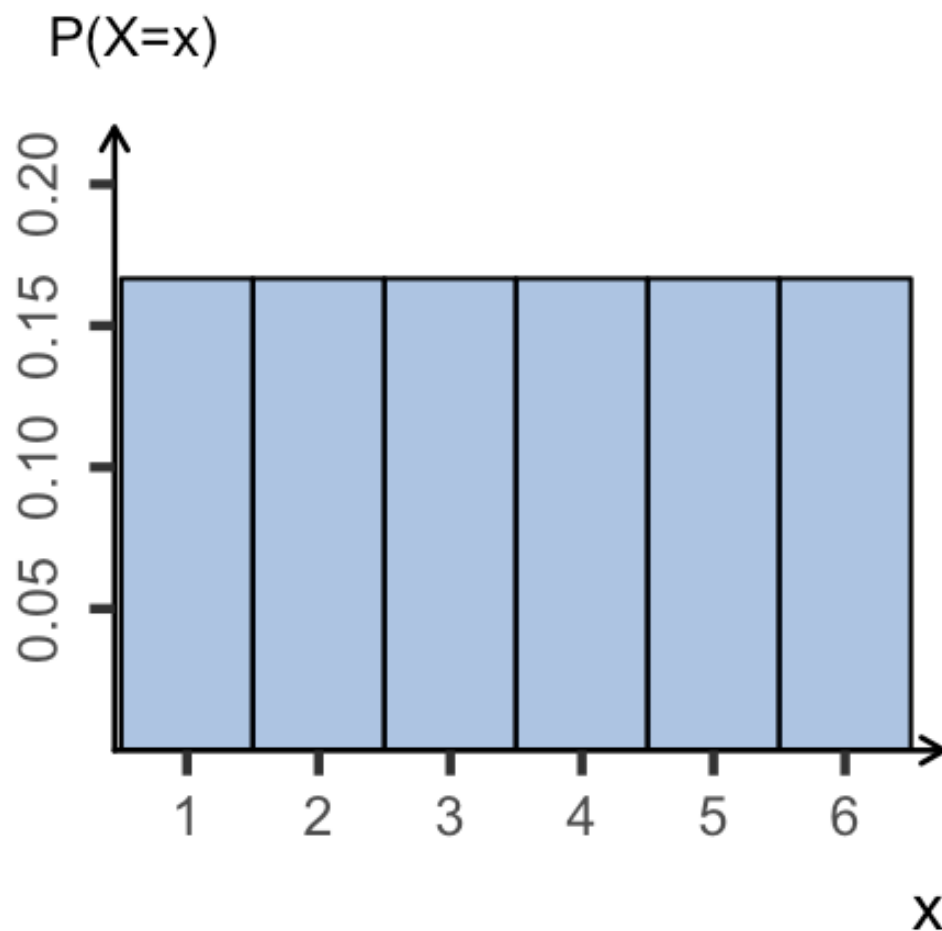
Motivasjon: Forventningsverdi



Eksempel: Terningkast

Mulige utfall: '1-er', '2-er', '3-er', '4-er', '5-er', '6-er'

X : teller antall øyne på terningen



Dersom vi kaster terningen veldig mange ganger kan vi forvente at gjennomsnittet av alle utfallene er lik 3.5

$$\sum_{x=1}^6 x \cdot P(X = x) = 3.5 = E(X)$$

Forventningsverdien til X

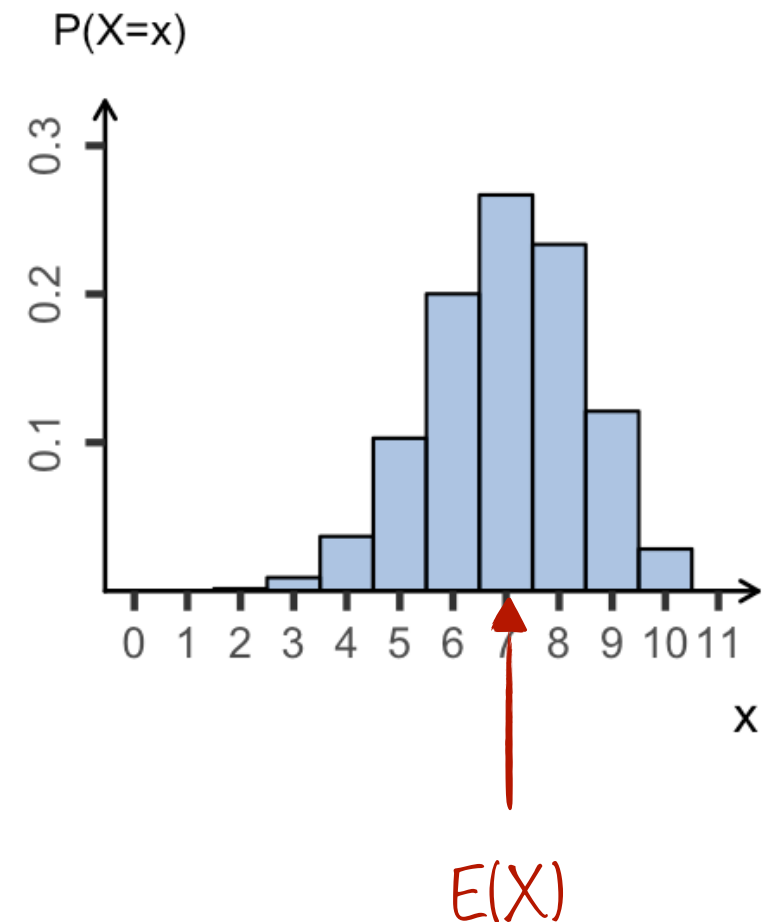
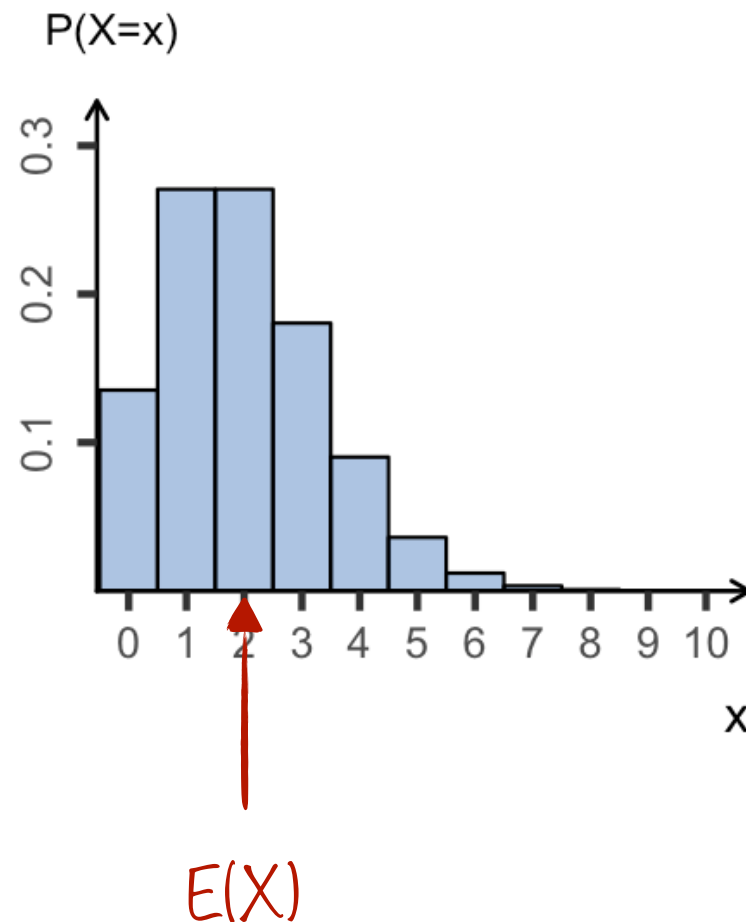
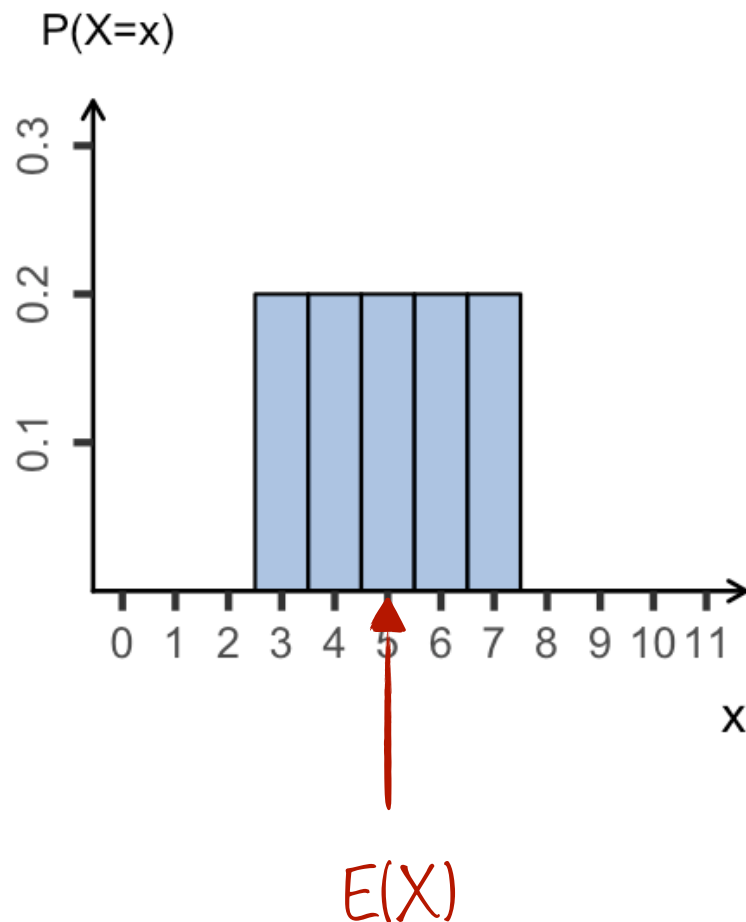
Definisjon: Forventningsverdi

For en **diskret** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

$$E(X) = \sum_{x \in V_x} x \cdot P(X = x)$$

Notasjon:

$$E(X) = \mu = \mu_X$$



Definisjon: Forventningsverdi

For en **diskret** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

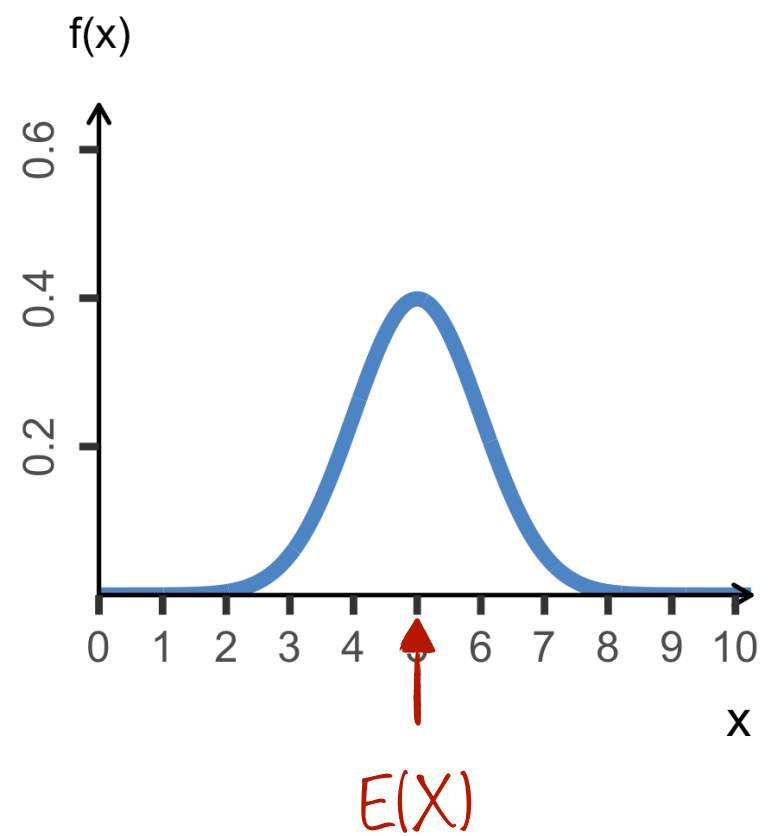
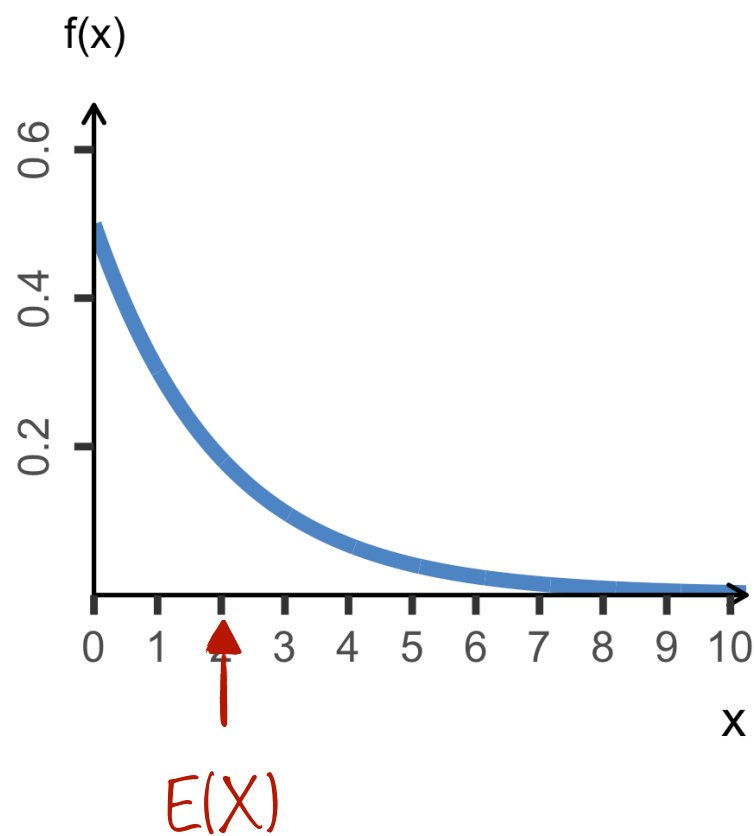
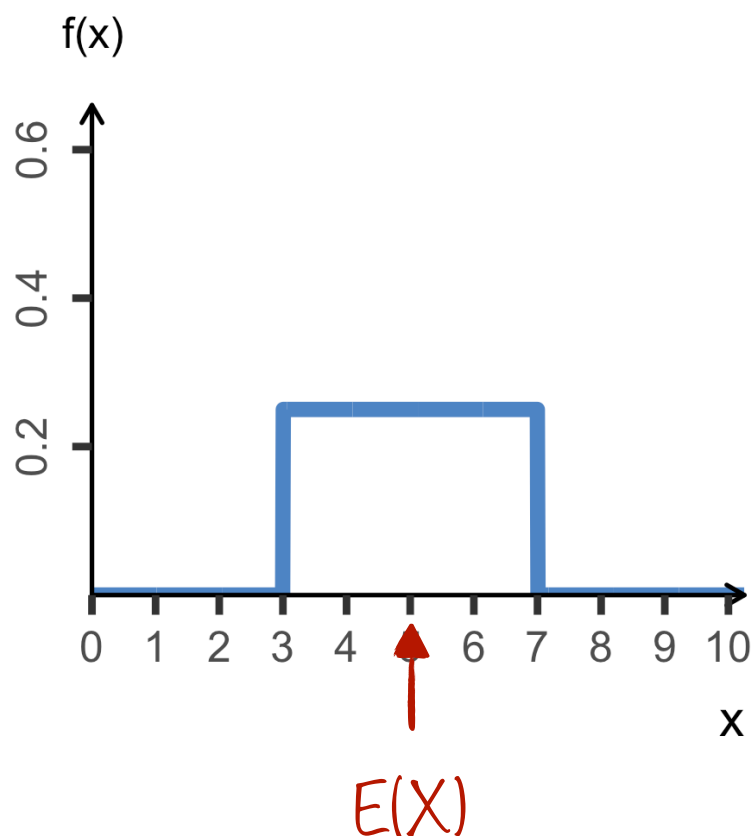
$$E(X) = \sum_{x \in V_x} x \cdot P(X = x)$$

Notasjon:

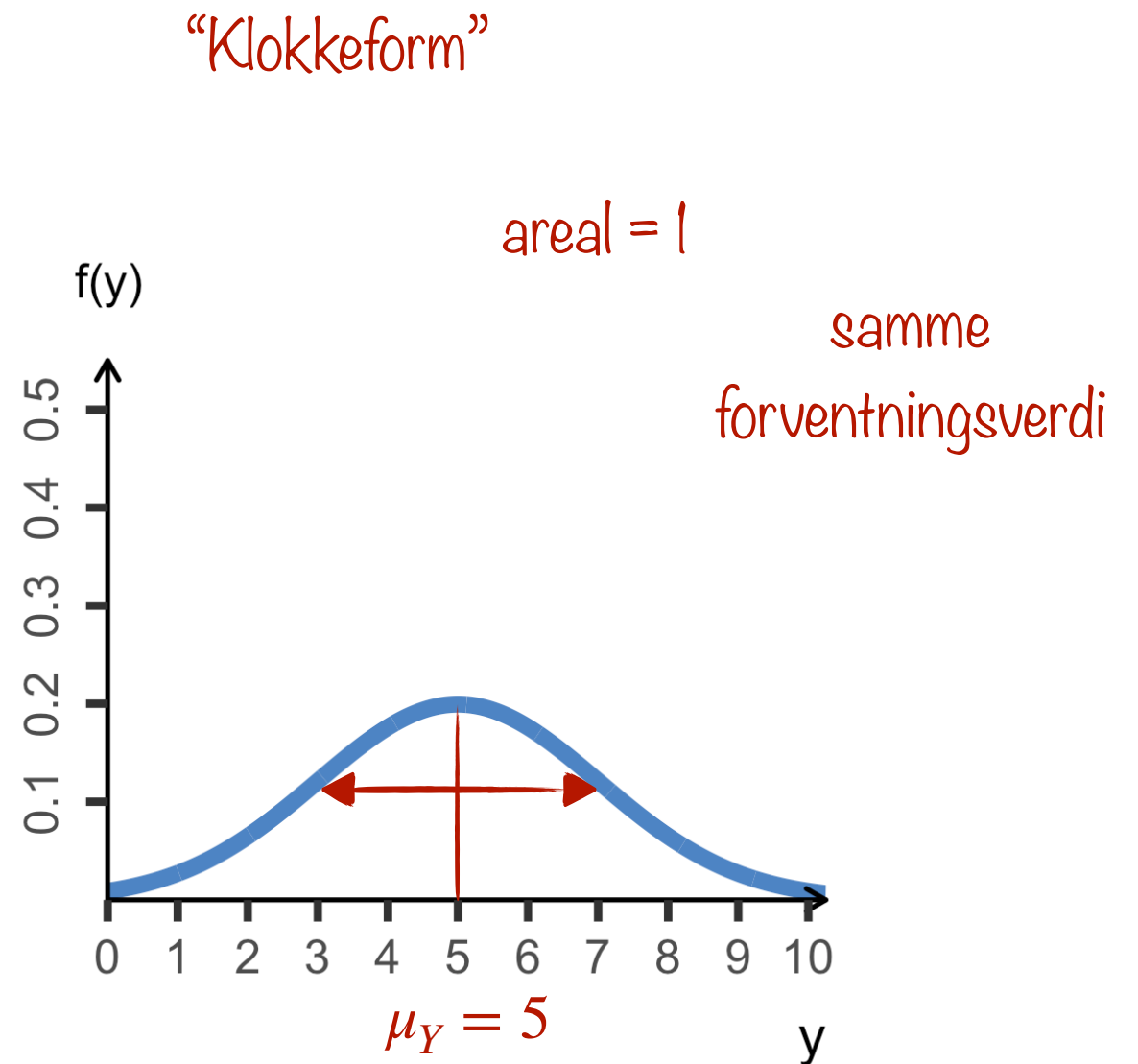
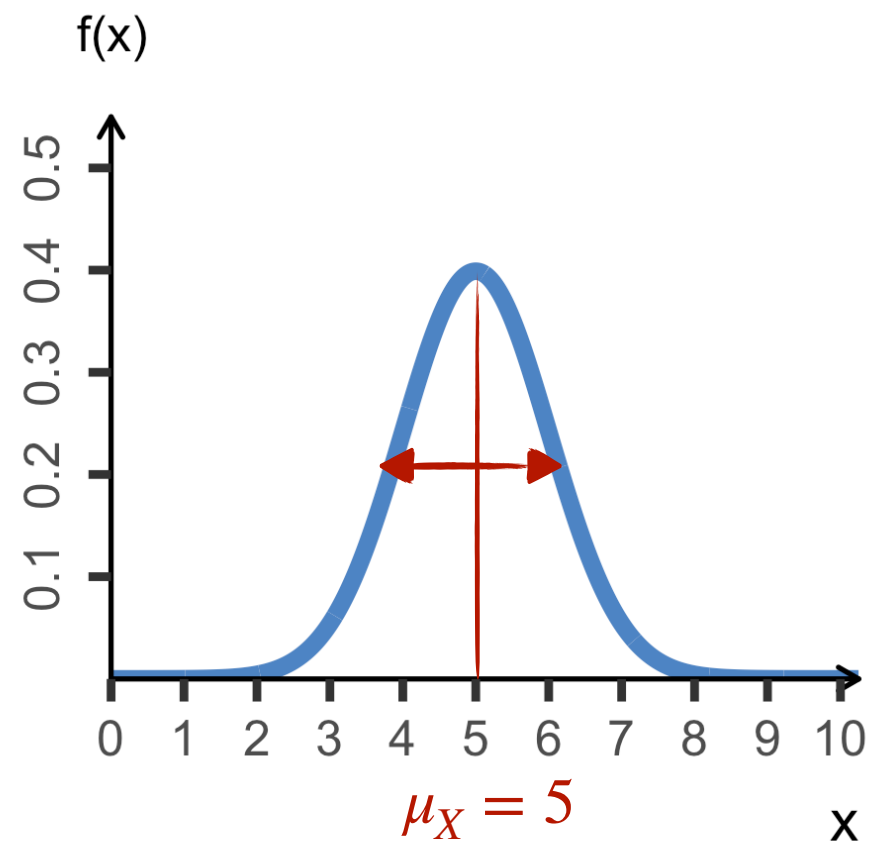
$$E(X) = \mu = \mu_X$$

For en **kontinuerlig** stokastisk variabel X er forventningsverdien gitt ved

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$



Motivasjon: Varians



Definisjon: Varians

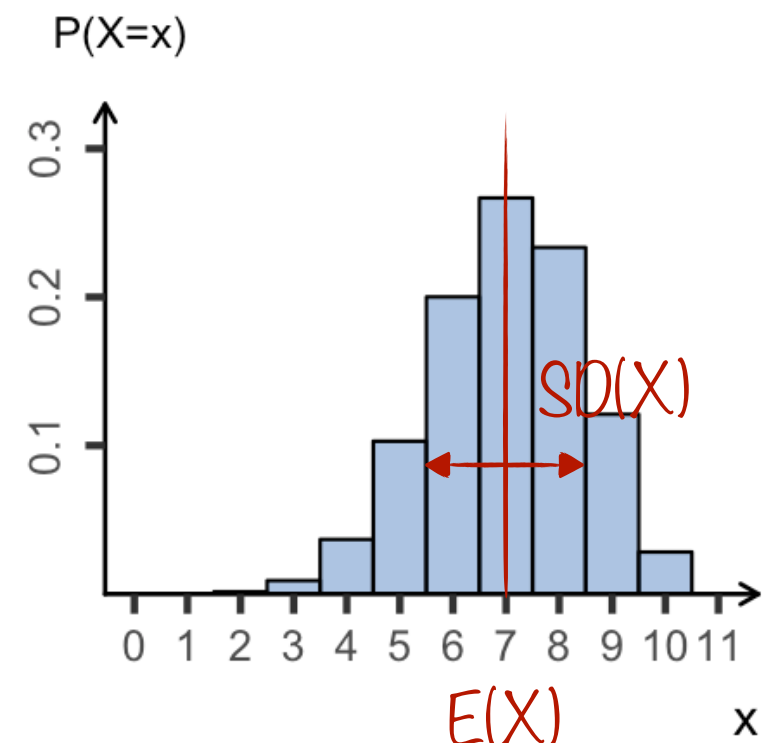
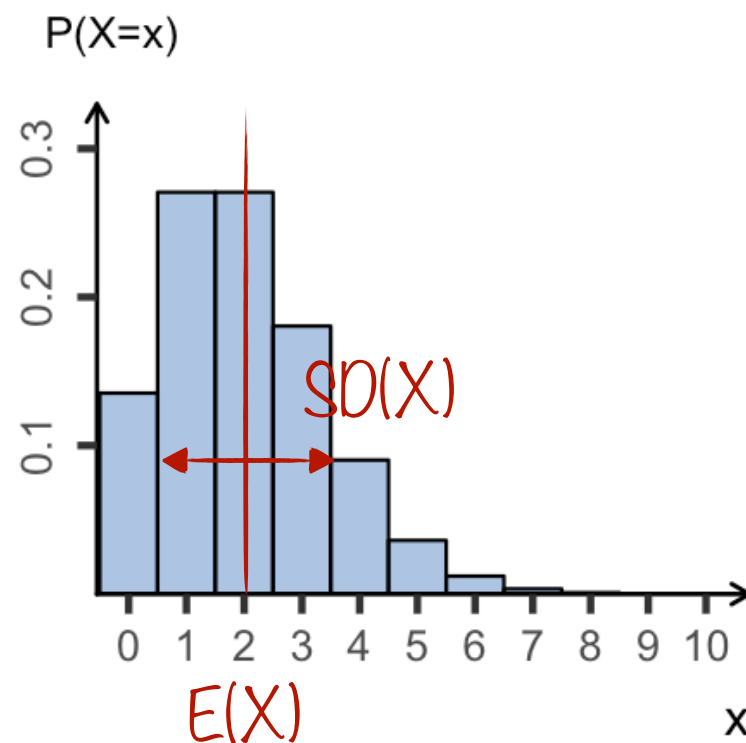
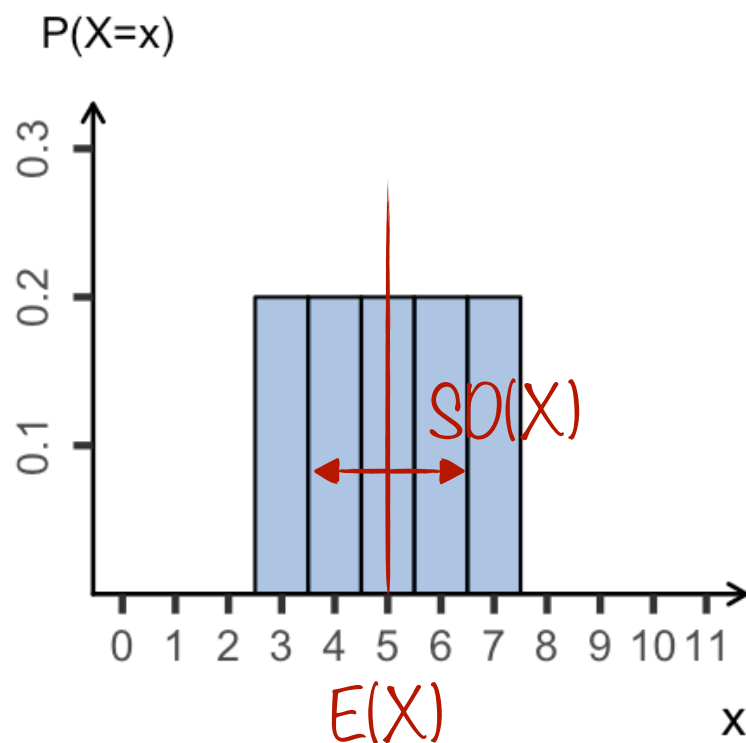
For en stokastisk variabel X er variansen gitt ved

$$Var(X) = E((X - \mu)^2) \xrightarrow{X \text{ diskret}} \sum_{x \in V_x} (x - \mu)^2 P(X = x)$$

$$SD(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

Notasjon:

$$Var(X) = \sigma^2 = \sigma_X^2$$



Definisjon: Varians

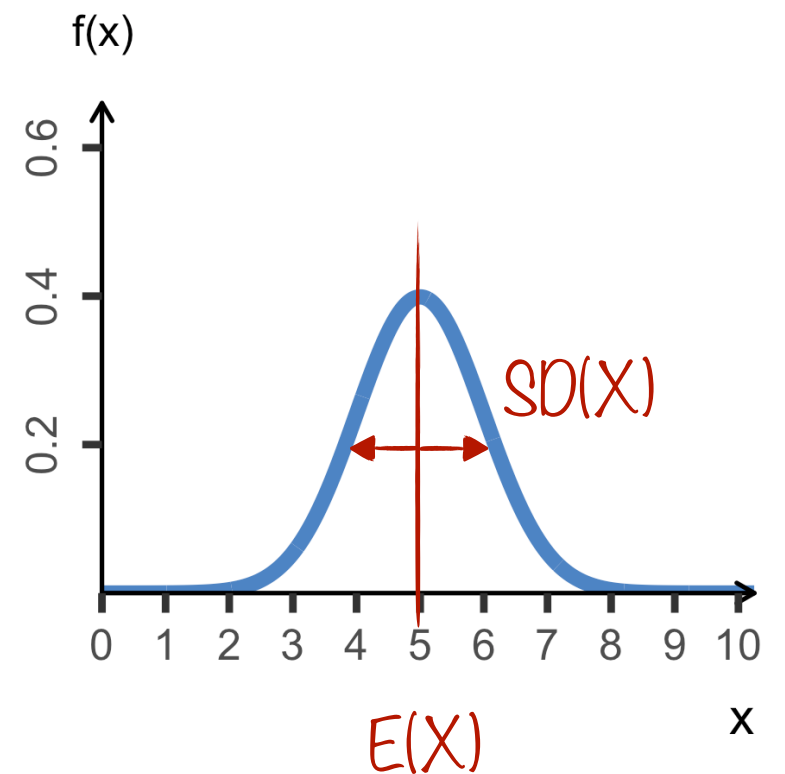
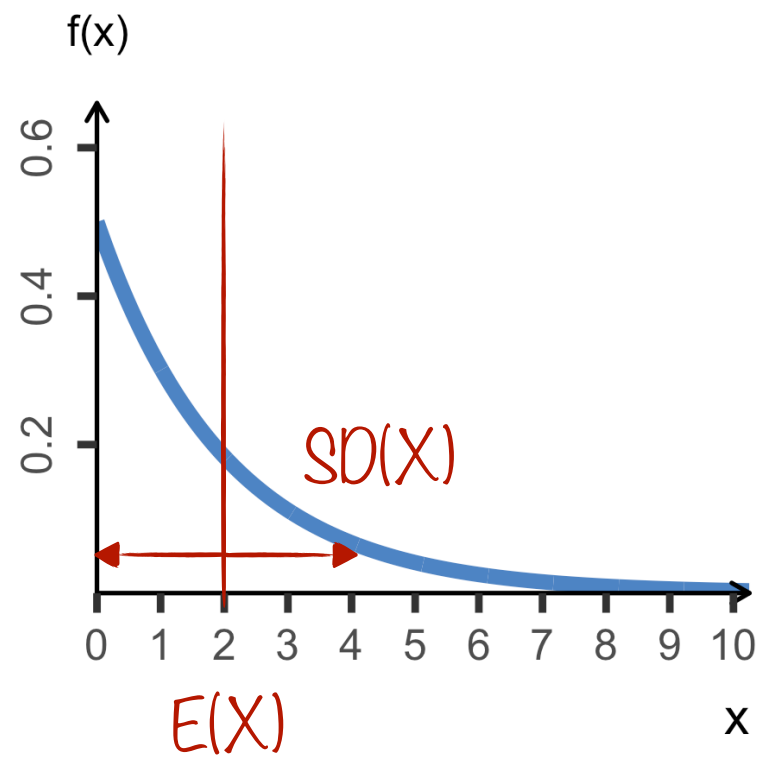
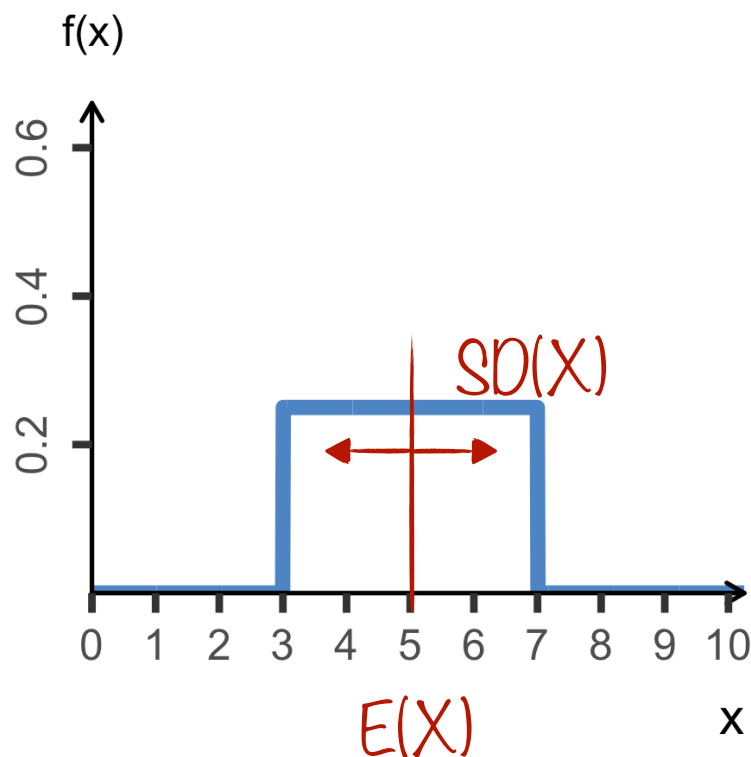
For en stokastisk variabel X er variansen gitt ved

$$Var(X) = E((X - \mu)^2) \xrightarrow{X \text{ kontinuert}} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$$

$$SD(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\sigma^2} = \sigma$$

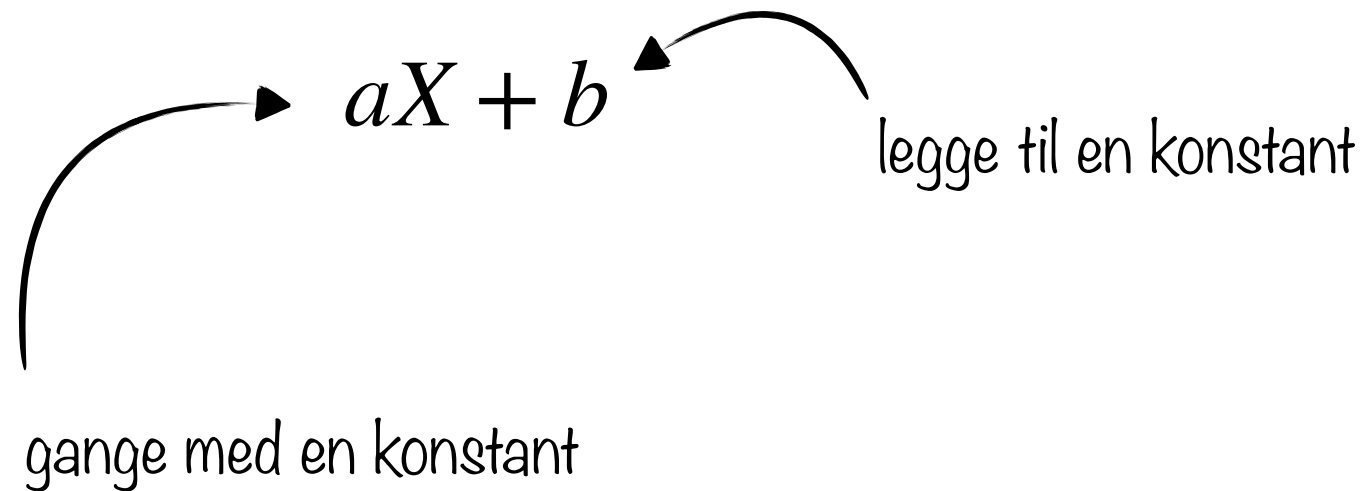
Notasjon:

$$Var(X) = \sigma^2 = \sigma_X^2$$



Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

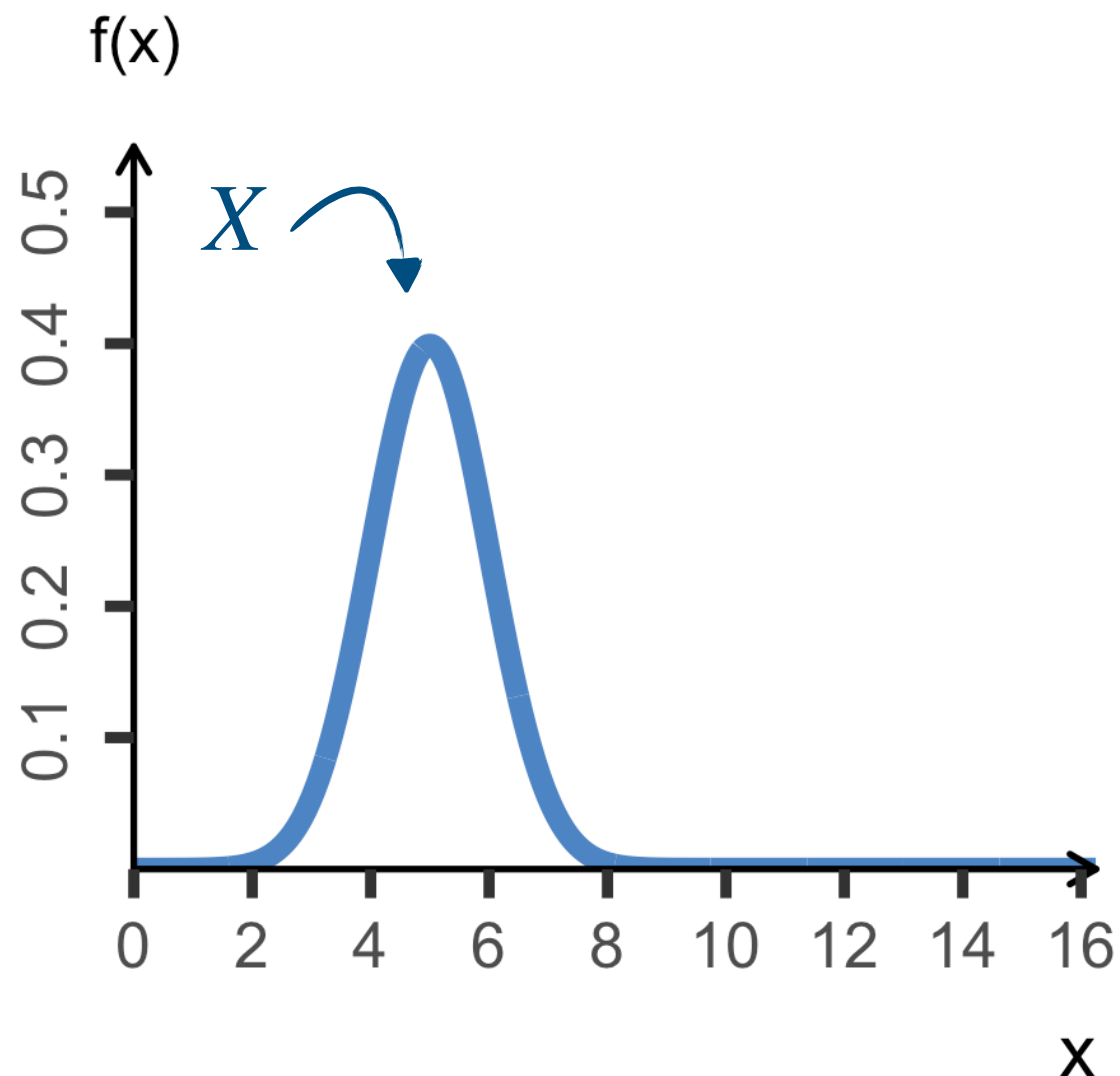


Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

$$X + b$$

legge til en konstant



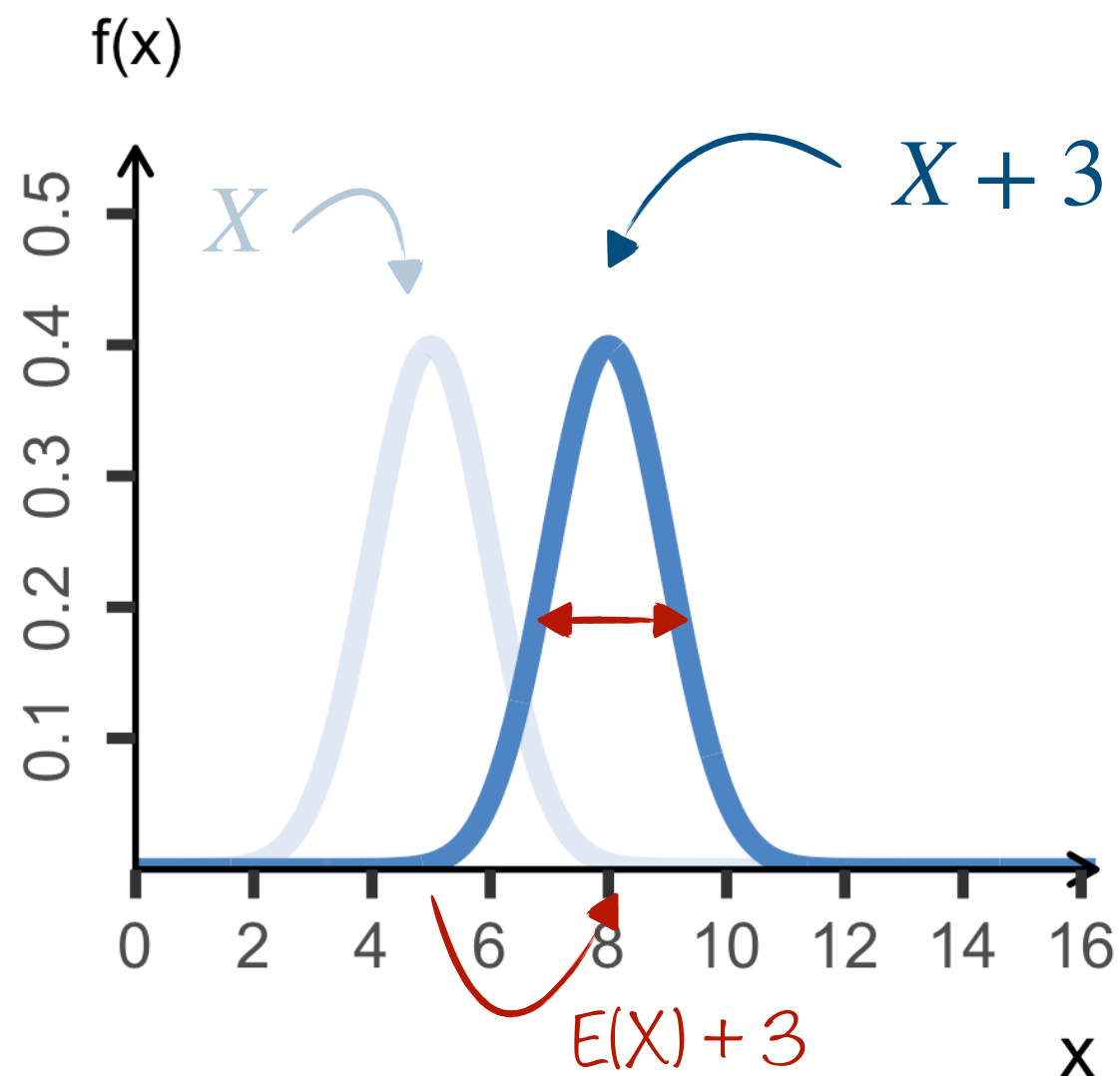
Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

$X + b$  legge til en konstant

$$E(X + b) = E(X) + b$$

$$\text{Var}(X + b) = \text{Var}(X)$$

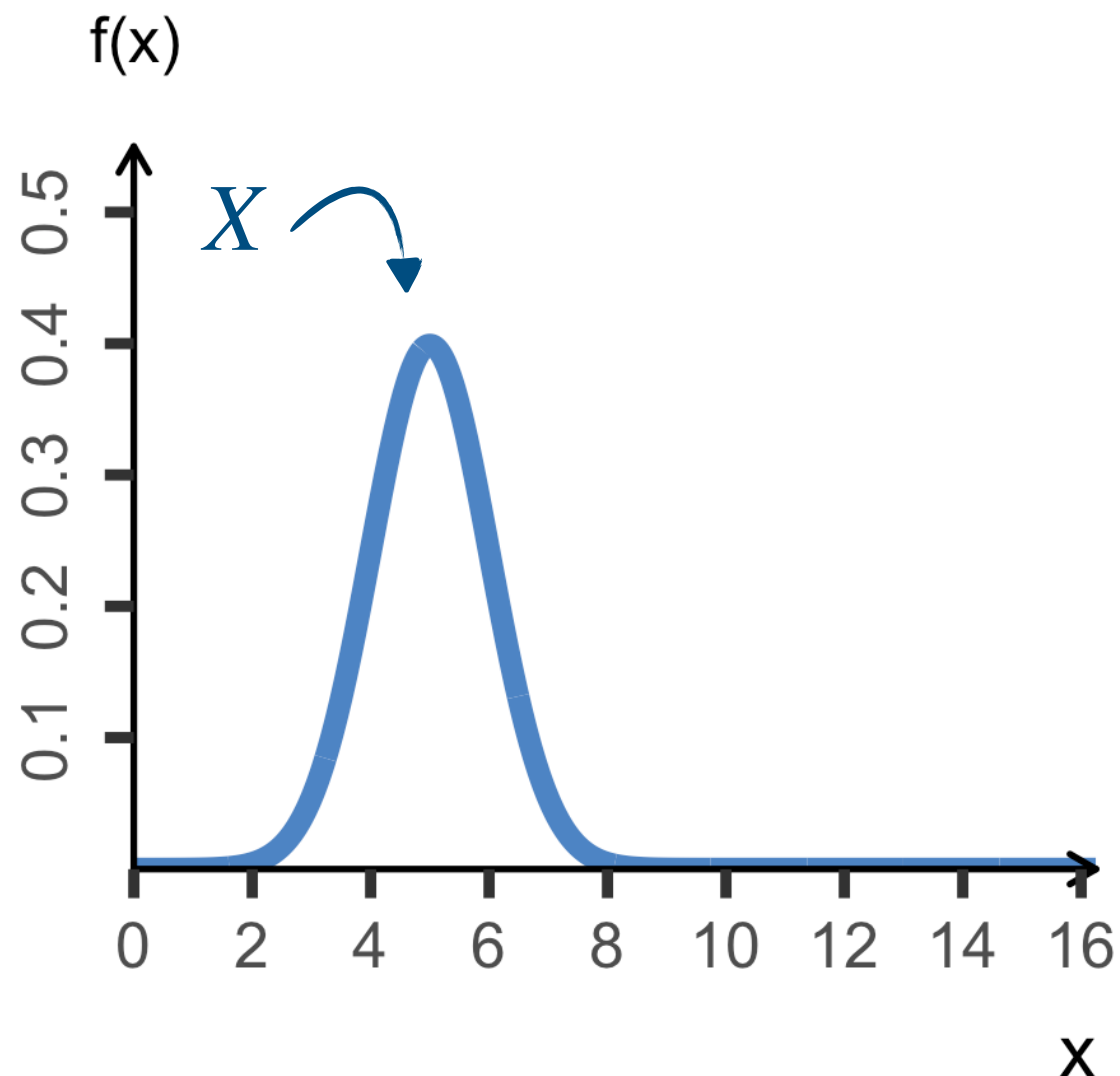


Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

aX

gange med en konstant



Regneregler for lineærtransformasjoner

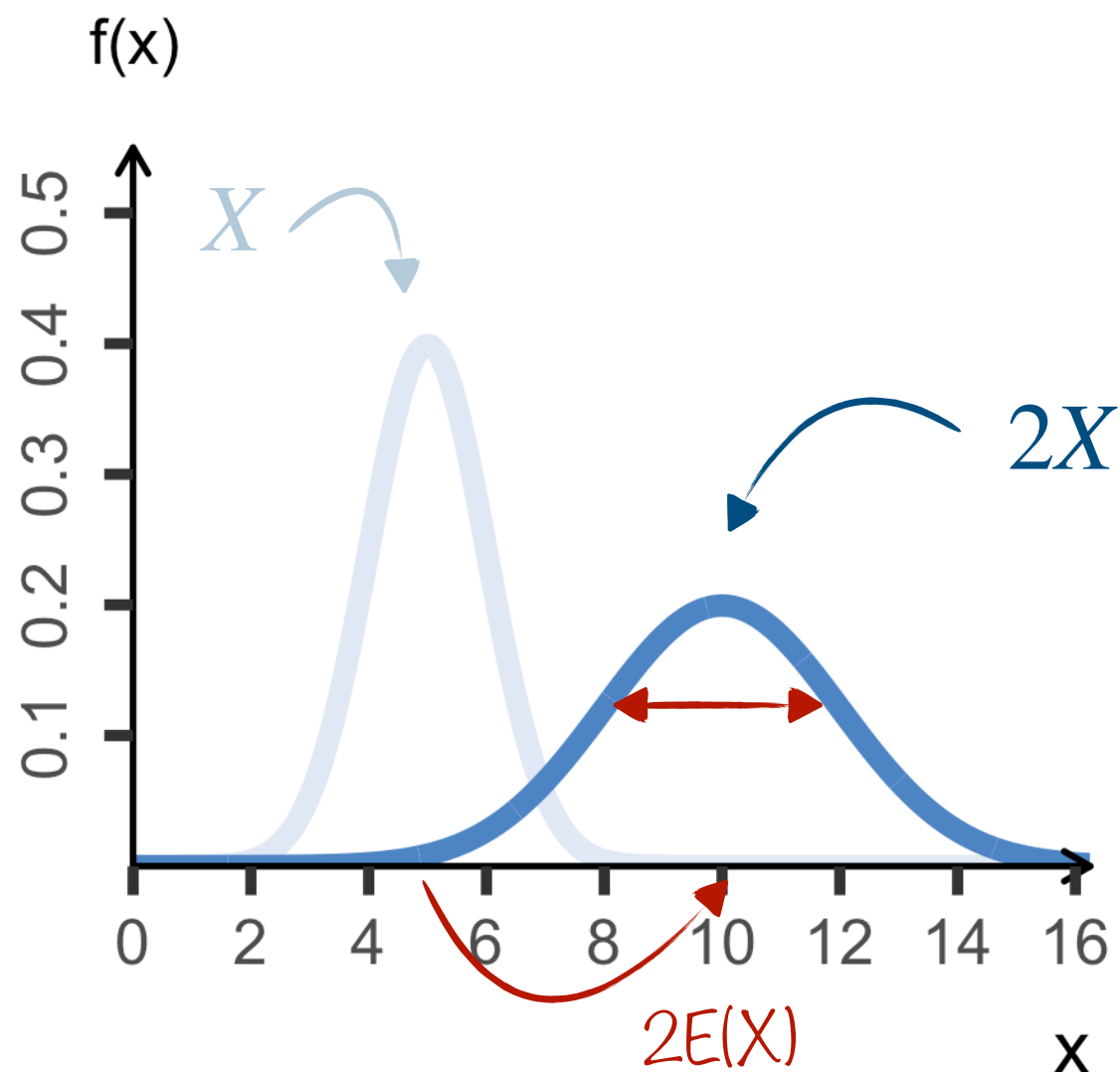
Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

$$E(aX) = aE(X)$$

$$Var(aX) = a^2 Var(X)$$

aX
gange med en konstant

obs!



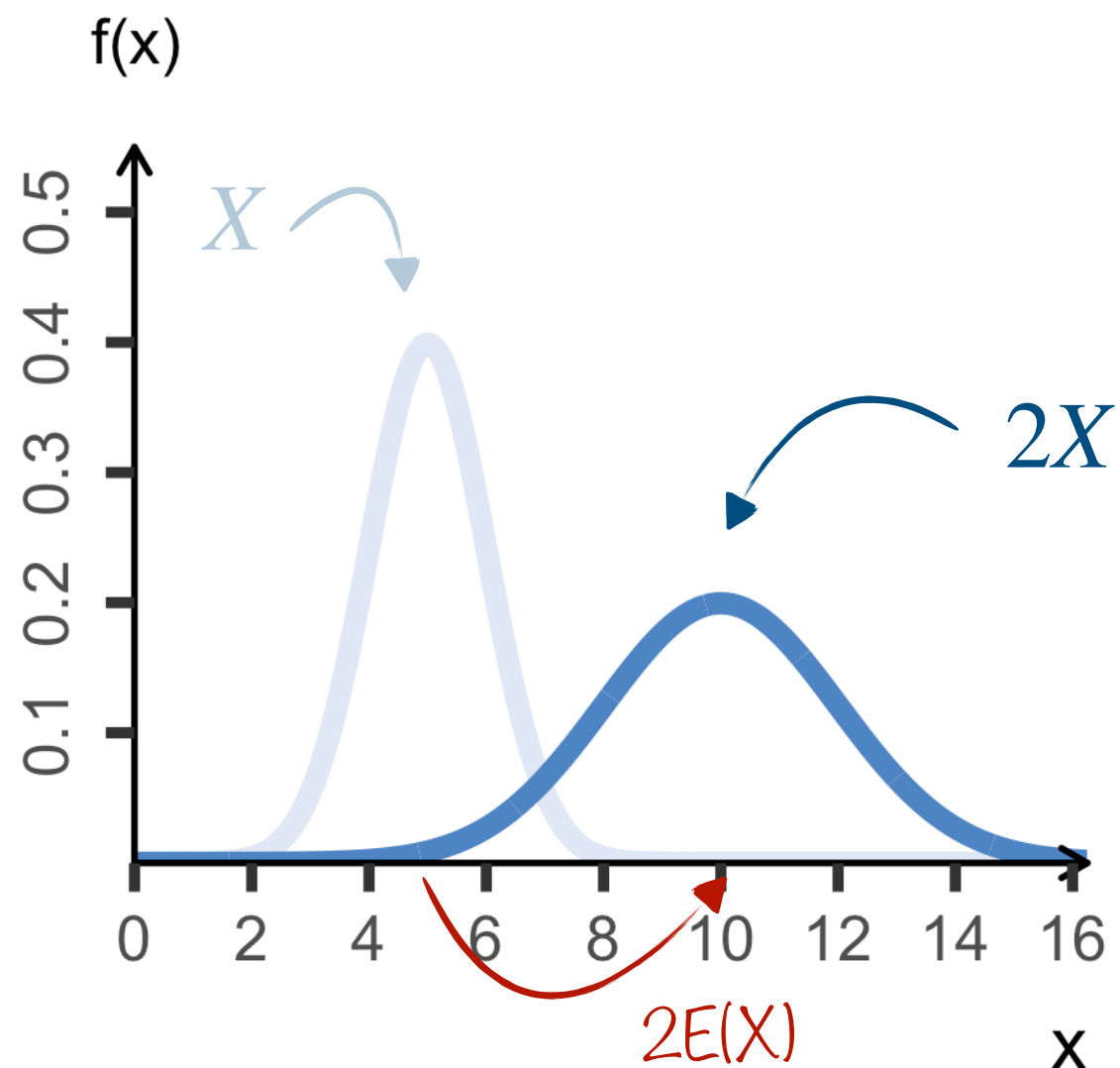
Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

$$aX + b$$

gange med en konstant

legge til en konstant



Regneregler for lineærtransformasjoner

Dersom a og b er konstanter, og X er en stokastisk variabel, kan vi finne forventningsverdi og varians til

$aX + b$

gange med en konstant

legge til en konstant

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$

