

Binomisk fordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Binære utfall

Type A / Type B

A / A'

Bestått / Stryk

Ja / nei

Godkjent / Underkjent

Frisk / Syk

God / Dårlig

Akseptabel / Ikke akseptabel

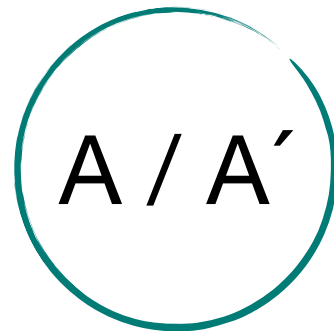
Svart / Hvit

Seier / Tap

Suksess / fiasko

Binære utfall

Type A / Type B



Bestått / Stryk

Ja / nei

Godkjent / Underkjent

Frisk / Syk

$$X = 1 \quad X = 0$$

God / Dårlig

Akseptabel / Ikke akseptabel

Svart / Hvit

Seier / Tap



Binære utfall

Eks: Terningkast 

Du kaster en terning og teller **partall** som suksess

$$P(\text{partall}) = 3/6 = 0.5 \quad P(\text{oddetall}) = 0.5$$

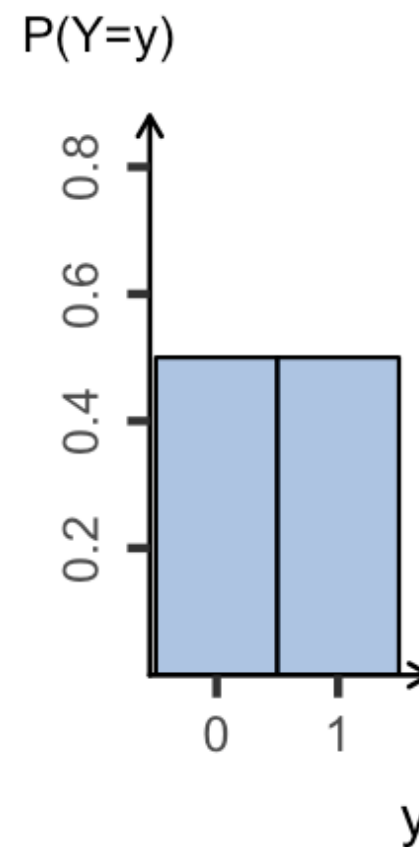
$$\text{Def: } Y = \begin{cases} 1 & \text{dersom du får et partall, og} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

$$V_y = \{0, 1\}$$

$$P(Y = 1) = 0.5$$

$$P(Y = 0) = 0.5$$

$$E(Y) = 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 0.5$$



Binær stokastisk variabel

X : Diskret stokastisk variabel

“Parameter”

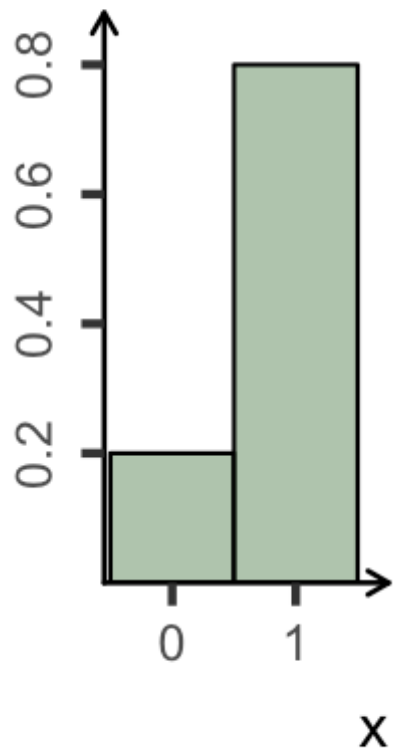
$$V_x = \{0, 1\} \quad P(X = 1) = p \quad 0 < p < 1$$

$$E(X) = p$$

$$P(X = 0) = 1 - p$$

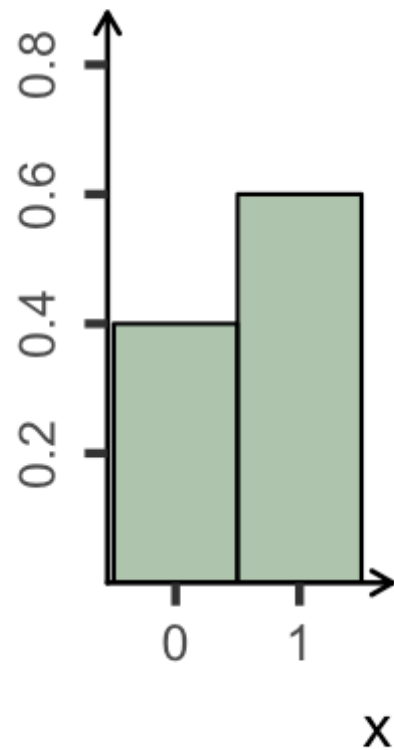
$$\text{Var}(X) = p \cdot (1 - p)$$

$P(X=x)$



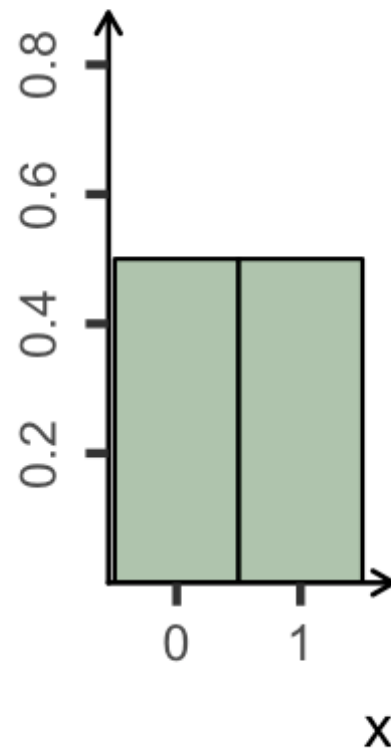
$$p = 0.8$$

$P(X=x)$



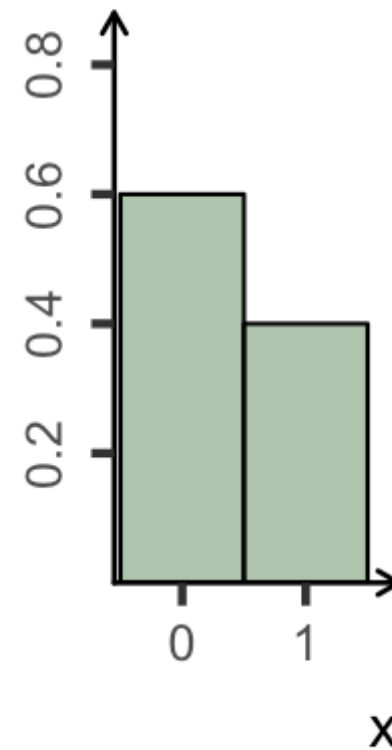
$$p = 0.6$$

$P(X=x)$



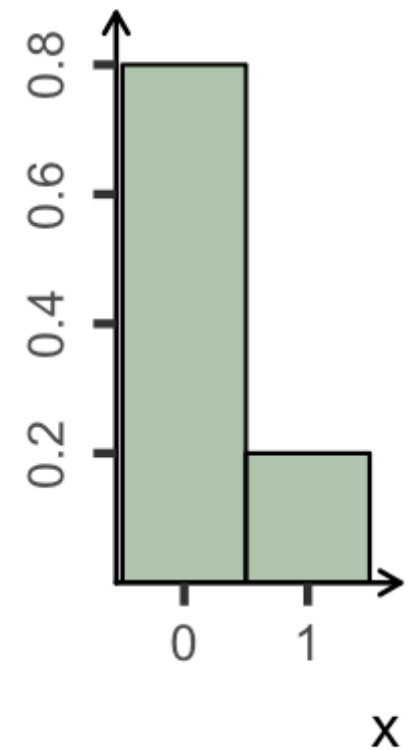
$$p = 0.5$$

$P(X=x)$



$$p = 0.4$$

$P(X=x)$



$$p = 0.2$$

Binomisk forsøksrekke

Det utføres n forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre

X : Diskret stokastisk variabel som teller antall suksesser i n slike forsøk



Sum av n uavhengige binære variabler

$$E(X) = n \cdot p \quad \text{Var}(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Hva er sannsynlighetsfordelingen til X ?

Hva er $P(X = x)$?

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



Suksess!

Blomsterpote

$$p(\text{suksess}) = 0.7$$

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



suksess

suksess

suksess

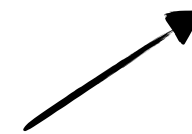
suksess

suksess

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 5) = ?$$



$P(\text{Alle frøene spirer})$

$$p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$$

$$= p^5$$

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for*
universiteter og høyskoler



fiasko

fiasko

fiasko

fiasko

fiasko

$$(1 - p) \cdot (1 - p) \cdot (1 - p) \cdot (1 - p) \cdot (1 - p)$$

$$= (1 - p)^5$$

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 0) = ?$$

$P(\text{Ingen av frøene spirer})$



Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



suksess

suksess

fiasko

fiasko

fiasko

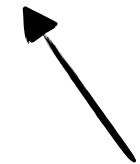
$$p \cdot p \cdot (1 - p) \cdot (1 - p) \cdot (1 - p)$$

$$= p^2(1 - p)^3$$

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 2) = ?$$



$P(\text{To av frøene spirer})$

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



suksess

fiasko

fiasko

suksess

fiasko

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 2) = ?$$

$P(\text{To av frøene spirer})$

$$p \cdot (1 - p) \cdot (1 - p) \cdot p \cdot (1 - p)$$

$$\begin{array}{ccc} \text{antall suksesser} & \xrightarrow{\quad} & \\ & = p^2(1 - p)^3 & \xleftarrow{\quad} \\ & & \text{antall fiaskoer} \end{array}$$

Hvor mange kombinasjoner finnes det av 2 suksesser i en rekke på 5 forsøk?

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) Statistikk for
universiteter og høyskoler



suksess

fiasko

suksess

fiasko

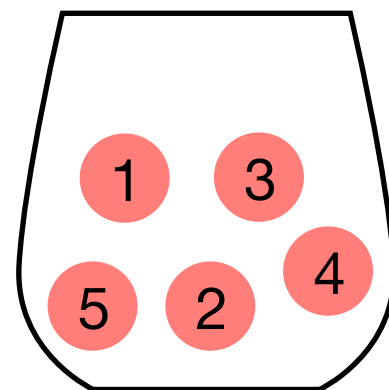
fiasko

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 2) = ?$$

$P(\text{To av frøene spirer})$



$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!}$$

Hvor mange kombinasjoner finnes det av 2 suksesser i en rekke på 5 forsøk?

(ikke permutasjoner)

Eksempel: Blomsterfrø

Eksempel motivert av
Løvaas (2019) *Statistikk for
universiteter og høyskoler*



$$P(\text{suksess}) = p$$

X : Antall suksesser i 5 forsøk

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot p^2 \cdot (1 - p)^3$$

$\swarrow$ $5 - 2$

$$P(X = 2) = ?$$

$P(\text{To av frøene spirer})$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5 - 2)!}$$

Hvor mange kombinasjoner finnes det av 2 suksesser i en rekke på 5 forsøk?

Binomisk forsøksrekke

Det utføres n forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre

X : Diskret stokastisk variabel som teller antall suksesser i n slike forsøk

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots, n$$

*antall kombinasjoner av
 x suksesser i n forsøk*

sannsynligheten for at én slik kombinasjon inntreffer

$$E(X) = n \cdot p$$

!!!

X er en **binomisk** fordelt stokastisk variabel

$$Var(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$