

Geometrisk fordeling

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

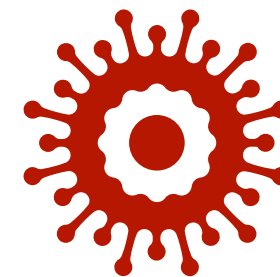
Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres n forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre



Eksempel: En Covid-19 test har spesifisitet på 99.9%

$$P(\text{Falsk positiv}) = 0.001$$

$$P(\text{Negativ test} \mid \text{Ikke Smittet}) = 0.999$$

$$P(\text{Positiv test} \mid \text{Ikke smittet}) = 0.001$$

Vi tester 10 000 friske personer

Hvor mange falske positive bør vi forvente?

X : Teller antall falske positive

$$X \sim \text{binomisk}(n = 10\,000, p = 0.001)$$

$$E(X) = 10$$

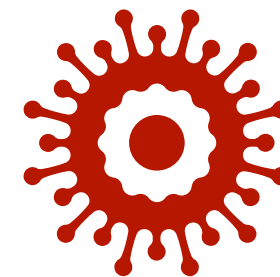
Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres n forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre



Eksempel: En Covid-19 test har spesifisitet på 99.9%

$$P(\text{Falsk positiv}) = 0.001$$

Hvor mange friske personer kan vi forvente å teste før vi får et falskt positivt resultat?

Y : Antall forsøk frem til og med første falske positiv

Hvilken sannsynlighetsfordeling har Y ?

Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre

Y : Antall forsøk frem til og med første suksess

$Y \sim \text{Geometrisk}(p)$

$$P(Y = y) = p \cdot (1 - p)^{y-1}$$

Sannsynligheten for $y - 1$ fiaskoer

Sannsynligheten for 1 suksess

Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

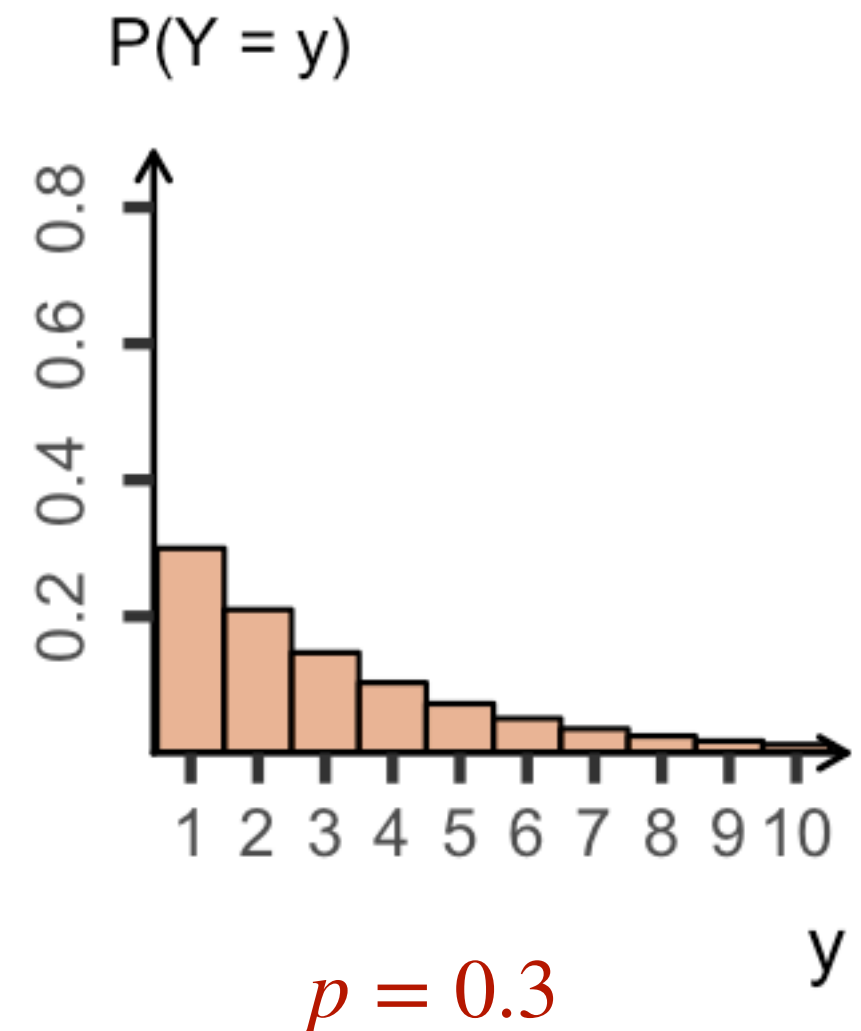
Forsøkene er uavhengige av hverandre

Y : Antall forsøk frem til og med første suksess

$Y \sim \text{Geometrisk}(p)$

$$P(Y = y) = p \cdot (1 - p)^{y-1} \quad y = 1, 2, 3 \dots$$

$$E(Y) = \frac{1}{p} \quad \text{Var}(Y) = \frac{1 - p}{p^2}$$



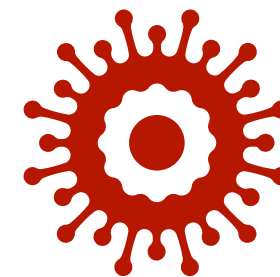
Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre



Eksempel: En Covid-19 test har spesifisitet på 99.9%

$$P(\text{Falsk positiv}) = 0.001$$

Hvor mange friske personer kan vi forvente å teste før vi får et falskt positivt resultat?

Y : Antall forsøk frem til og med første falske positiv

Hvilken sannsynlighetsfordeling har Y ?

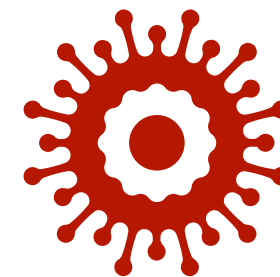
Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre



Eksempel: En Covid-19 test har spesifisitet på 99.9%

$$P(\text{Falsk positiv}) = 0.001$$

Hvor mange friske personer kan vi forvente å teste før vi får et falskt positivt resultat?

Y : Antall forsøk frem til og med første falske positiv

$$Y \sim \text{geometrisk}(p = 0.001)$$

$$E(Y) = \frac{1}{p} = 1000 \quad P(Y \leq 1000) = ?$$

Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre

Y : Antall forsøk frem til og med første suksess

$Y \sim \text{Geometrisk}(p)$

$$P(Y = y) = p \cdot (1 - p)^{y-1} \quad y = 1, 2, 3 \dots$$

$$E(Y) = \frac{1}{p} \quad \text{Var}(Y) = \frac{1-p}{p^2}$$

$P(Y \leq y) = 1 - (1 - p)^y$ Sannsynligheten for minst én suksess i y forsøk

Sannsynligheten for ingen suksesser i y forsøk

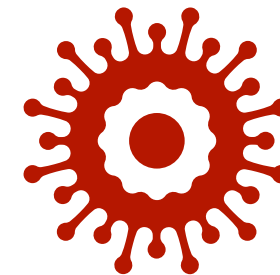
Repetisjon: binomisk forsøksrekke

Det utføres ~~n~~ forsøk

Hvert forsøk kan ende som suksess eller fiasko

Sannsynligheten for suksess, p , er den samme i alle forsøk

Forsøkene er uavhengige av hverandre



Eksempel: En Covid-19 test har spesifisitet på 99.9%

$$P(\text{Falsk positiv}) = 0.001$$

Hvor mange friske personer kan vi forvente å teste før vi får et falskt positivt resultat?

Y : Antall forsøk frem til og med første falske positiv

$Y \sim \text{geometrisk}(p = 0.001)$

$$E(Y) = \frac{1}{p} = 1000 \quad P(Y \leq 1000)$$