

Binomisk fordeling vs poissonfordeling

**Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU**

Repetisjon

Binomisk forsøksrekke

- Det gjøres n uavhengige forsøk
- Hvert forsøk har to utfall: “suksess og fiasko”
- Sannsynligheten for “suksess” er den samme i alle forsøk

$$P(\text{suksess}) = p$$

X : antall “suksesser” i n forsøk

$$X \sim \text{binomisk}(n, p)$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$$

Poissonprosess

- Hendelser skjer uavhengig av hverandre
- To hendelser kan ikke skje akkurat samtidig / på samme sted
- Forventet antall hendelser er det samme overalt / når som helst:

$$\lambda \text{ hendelser / måleenhet}$$

Y : antall hendelser i et enhetsintervall

$$Y \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

$$t = 1$$

stor n

liten p

$$\lambda = np$$

$$P(Y = y) = \frac{(\lambda)^y}{y!} e^{-\lambda}$$

Eksempel: Innlegg i forum

Vi vil modellere antall nye innlegg i et nettforum i løpet av én time.

Vi antar at personer som bruker forumet opptrer uavhengig av hverandre.

Vi antar at alle tidspunkt i intervallet er like populære for innlegg

Fra erfaring vet vi at vi kan forvente ca 5 nye innlegg i løpet av én time.



$n = 6$ forsøk

"Suksess" $\neq$ Nytt innlegg i forum

konstant sannsynlighet for suksess

X : antall suksesser i løpet av $n = 6$ forsøk

$X \sim \text{binomisk}(n, p)$

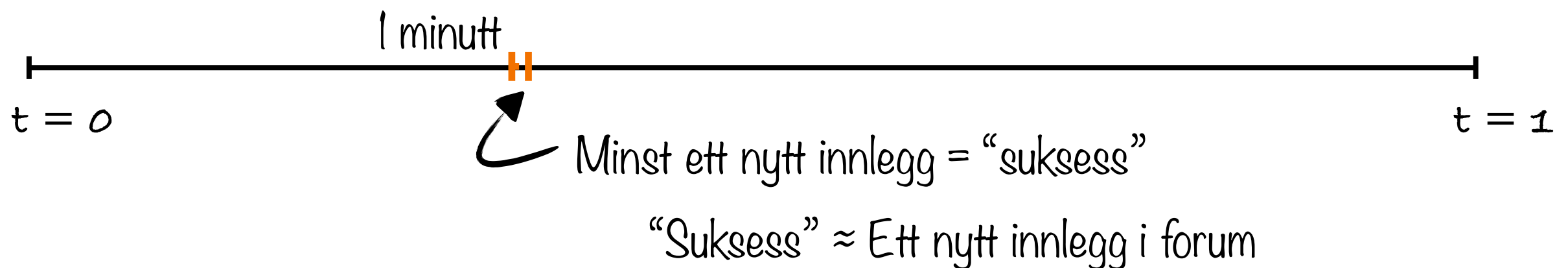
Eksempel: Innlegg i forum

Vi vil modellere antall nye innlegg i et nettforum i løpet av én time.

Vi antar at personer som bruker forumet opptrer uavhengig av hverandre.

Vi antar at alle tidspunkt i intervallet er like populære for innlegg

Fra erfaring vet vi at vi kan forvente ca 5 nye innlegg i løpet av én time.

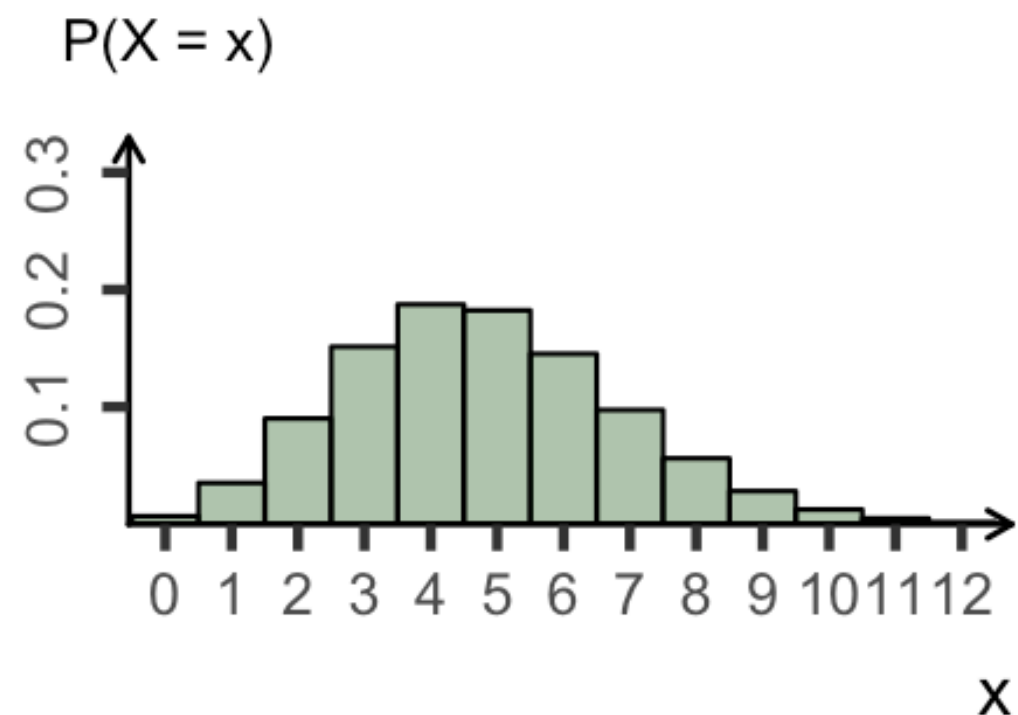


$n = 60$ forsøk

X : antall suksesser i løpet av $n = 60$ forsøk

$X \sim \text{binomisk}(n, p)$

$E(X) = np = 5$ $p = 5/60$



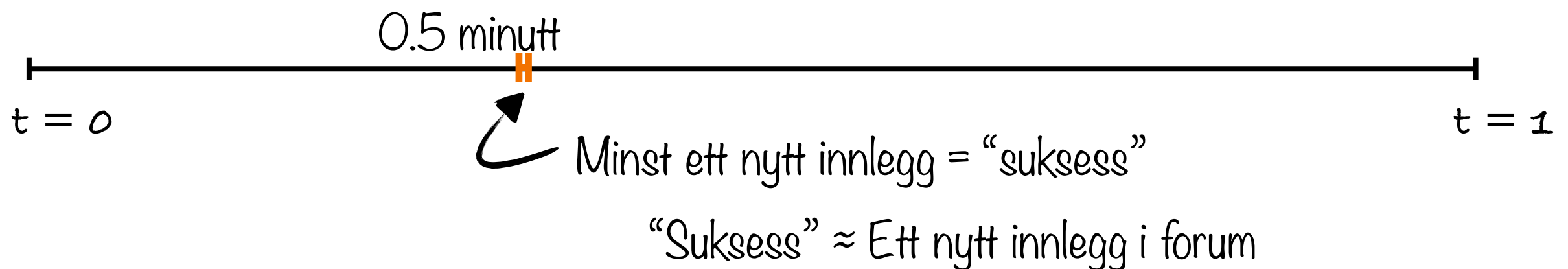
Eksempel: Innlegg i forum

Vi vil modellere antall nye innlegg i et nettforum i løpet av én time.

Vi antar at personer som bruker forumet opptrer uavhengig av hverandre.

Vi antar at alle tidspunkt i intervallet er like populære for innlegg

Fra erfaring vet vi at vi kan forvente ca 5 nye innlegg i løpet av én time.

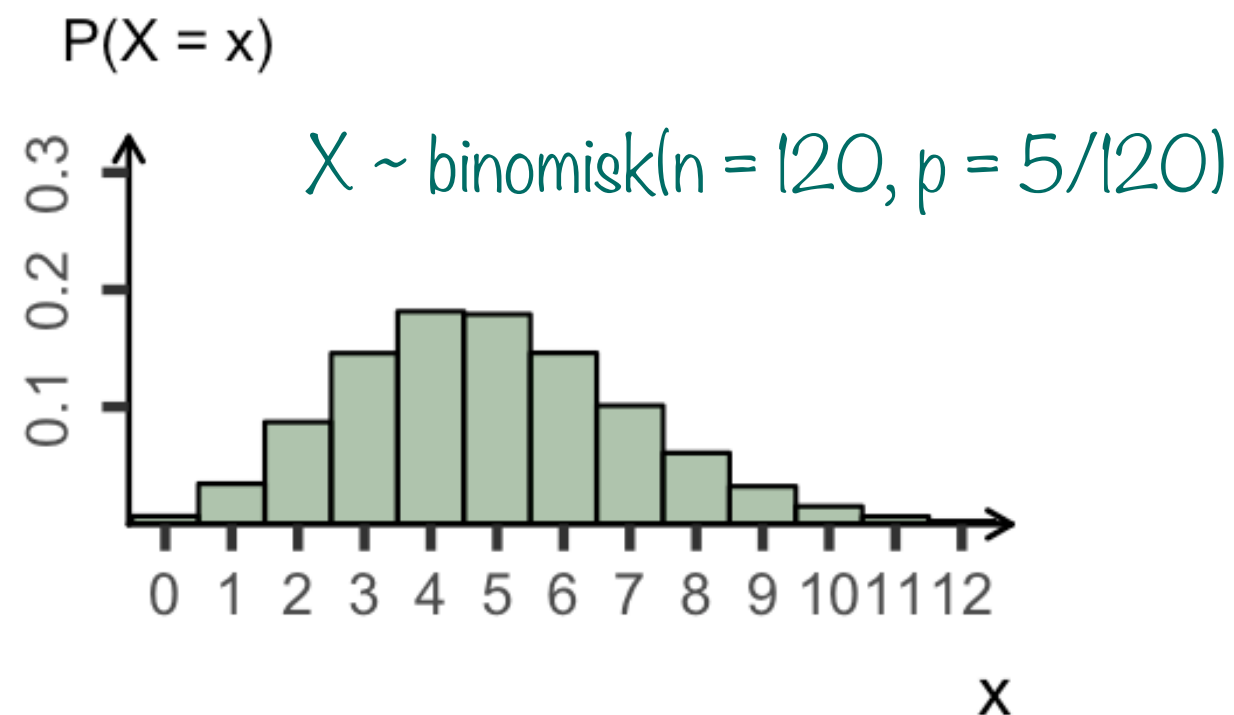


$n = 120$ forsøk

X : antall suksesser i løpet av $n = 120$ forsøk

$X \sim \text{binomisk}(n, p)$

$E(X) = np = 5$ $p = 5/120$



Eksempel: Innlegg i forum

Vi vil modellere antall nye innlegg i et nettforum i løpet av én time.

Vi antar at personer som bruker forumet opptrer uavhengig av hverandre.

Vi antar at alle tidspunkt i intervallet er like populære for innlegg

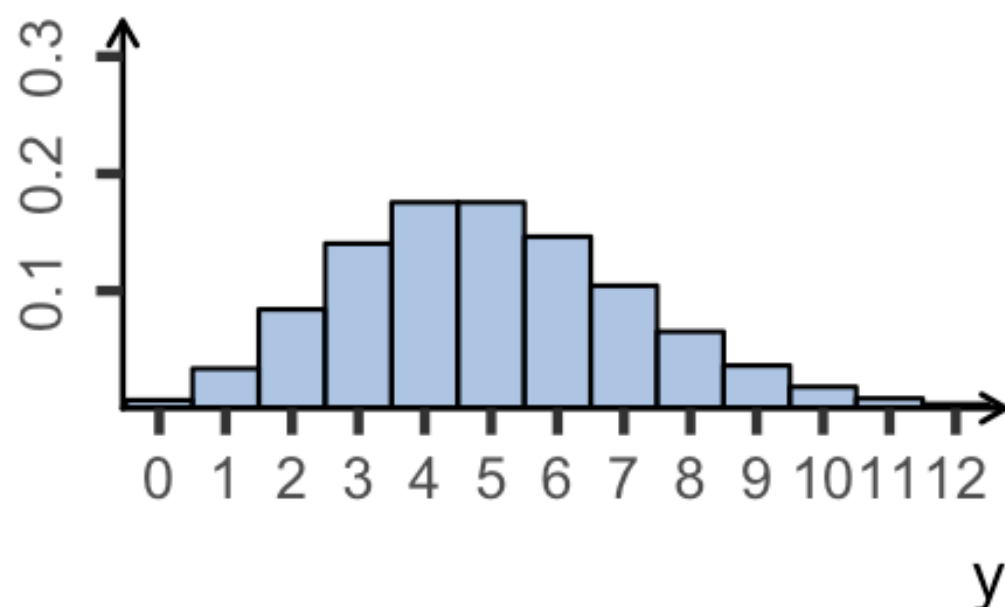
Fra erfaring vet vi at vi kan forvente ca 5 nye innlegg i løpet av én time.

Poissonprosess med rate $\lambda = 5$ hendelser / time

Y = antall hendelser i løpet av $t = 1$ time

$P(Y = y)$

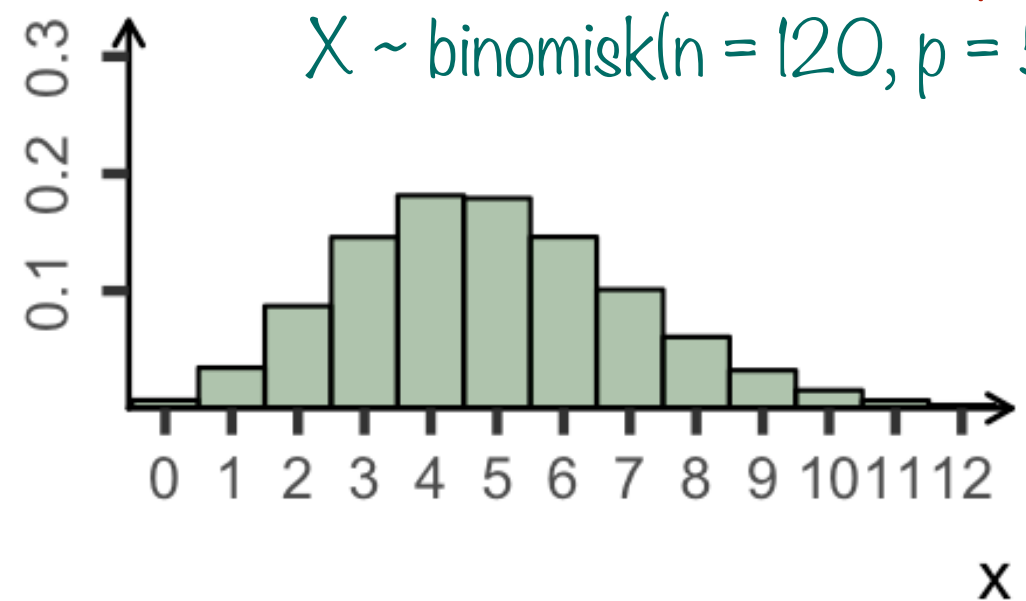
$Y \sim \text{Poisson}(\lambda = 5)$



Omtrent lik $\text{Poisson}(\lambda = np)$

$P(X = x)$

$X \sim \text{binomisk}(n = 120, p = 5/120)$



$n > 10$
Stor n
 $p < 0.1$
Liten p