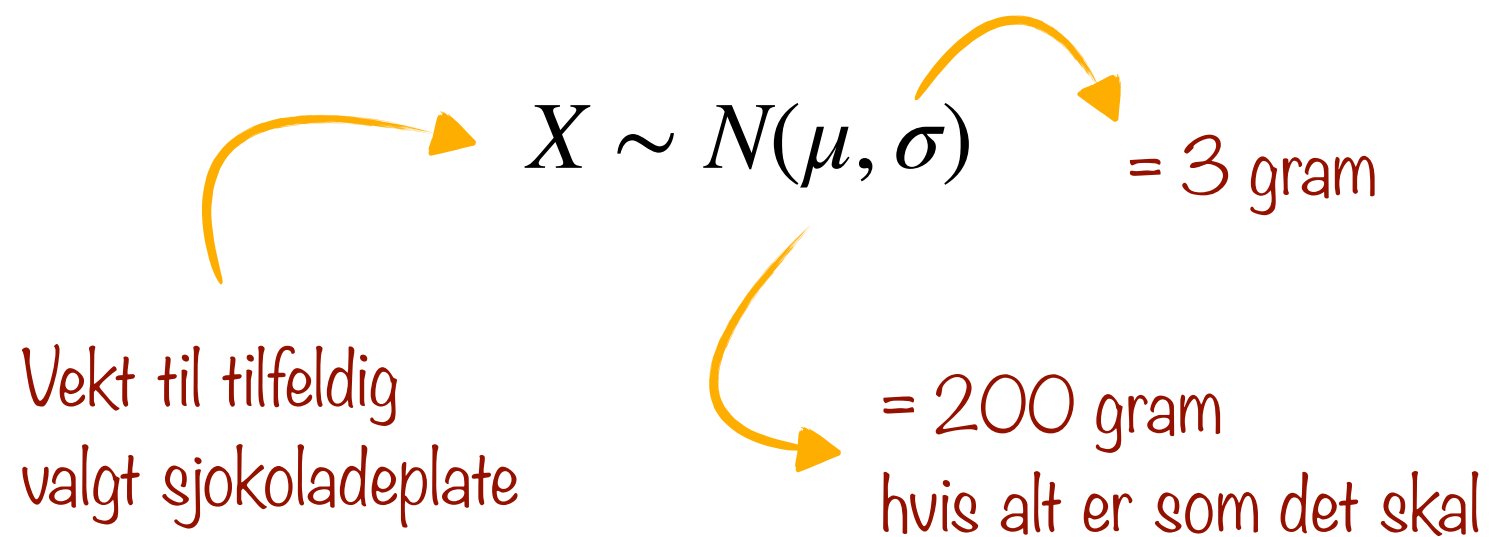


Introduksjon til hypotesetesting

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

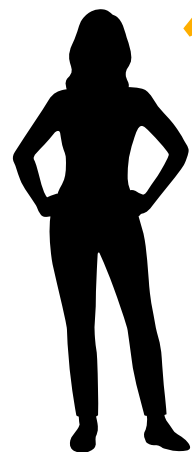
Hva vil vi teste?

Eks: En sjokoladefabrikk produserer 200-grams sjokoladeplater.



Sjokoladene
veier for lite!

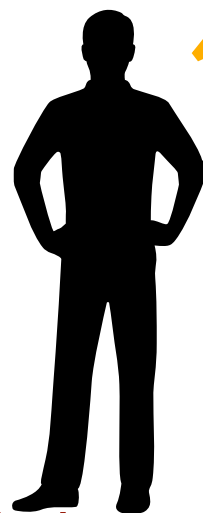
$$\mu < 200$$



Daglig leder Stina

Sjokoladene
veier for mye!

$$\mu > 200$$



Produksjonssjef Nils

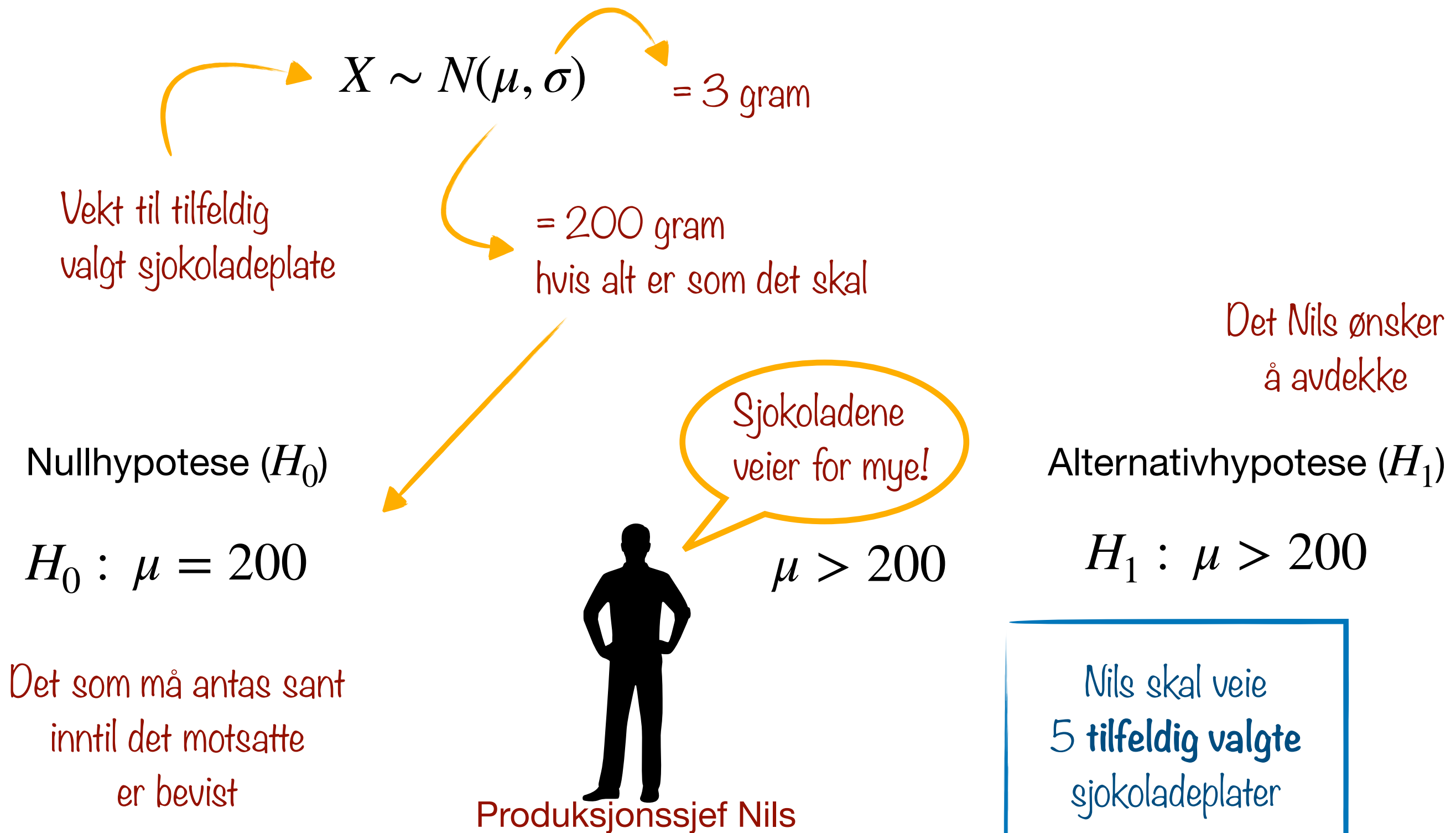
?! $\mu \neq 200$



Sekretær Mons

Høyresidig hypotesetest

Eks: En sjokoladefabrikk produserer 200-grams sjokoladeplater.



Høyresidig hypotesetest

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$


Estimator for μ

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som “bevis” på
at $\mu > 200$?

Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

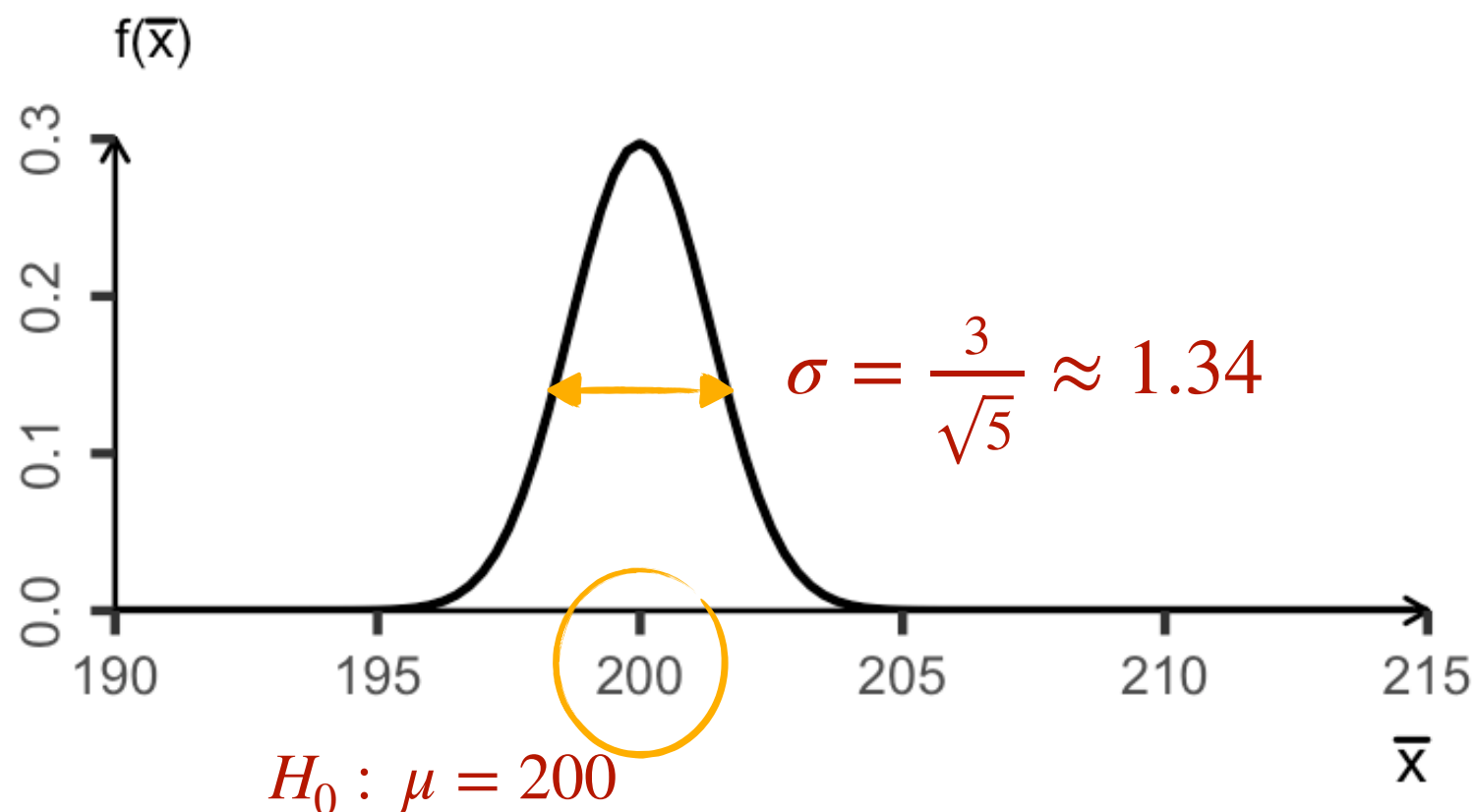
$$H_1 : \mu > 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som “bevis” på
at $\mu > 200$?

Hvordan ser fordelingen til $\bar{X}$ ut når H_0 er sann?



Høyresidig hypotesetest

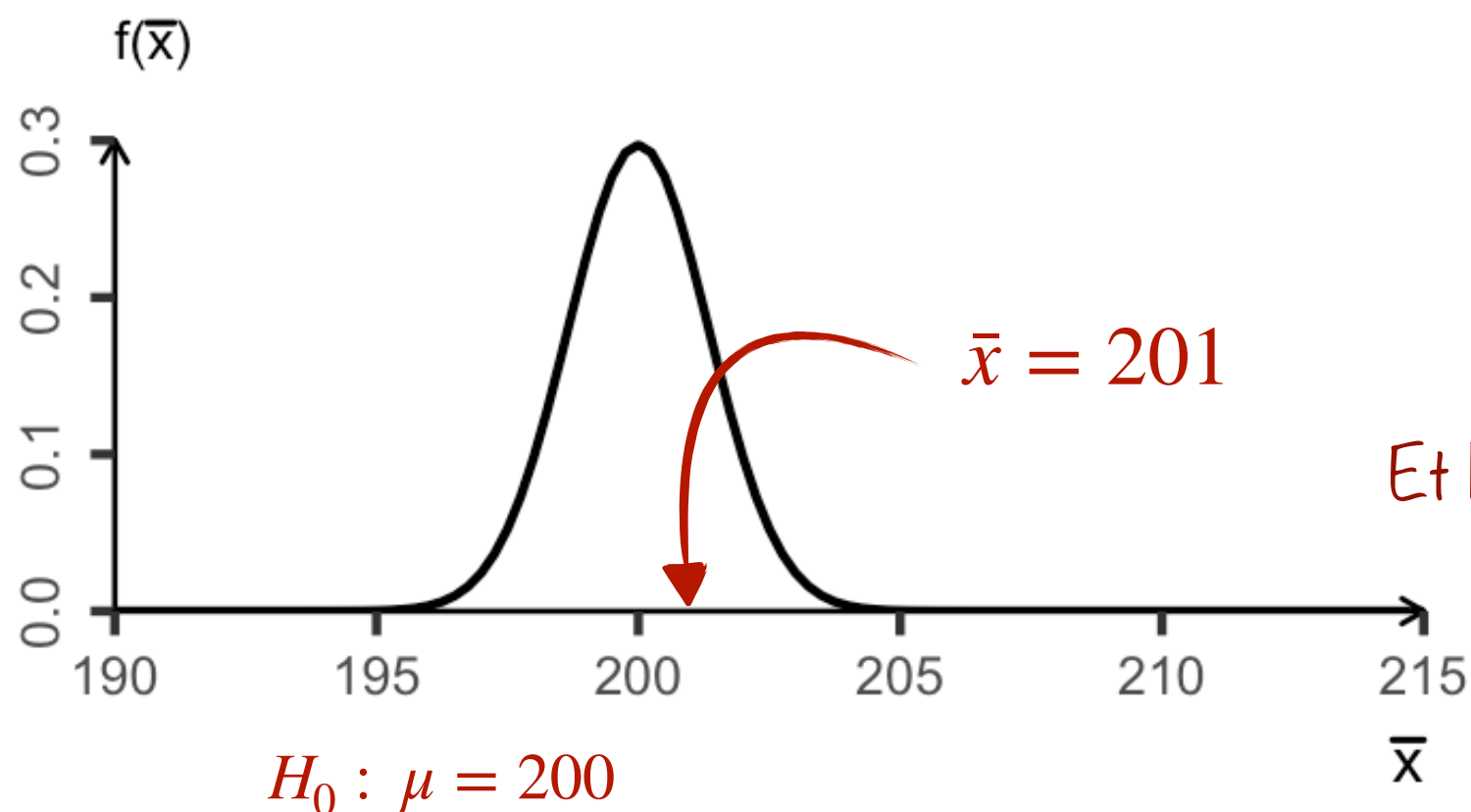
$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som “bevis” på
at $\mu > 200$?



Ikke noe grunn til å forkaste
 H_0 til fordel for H_1

Et helt rimelig utfall dersom H_0 er sann

Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

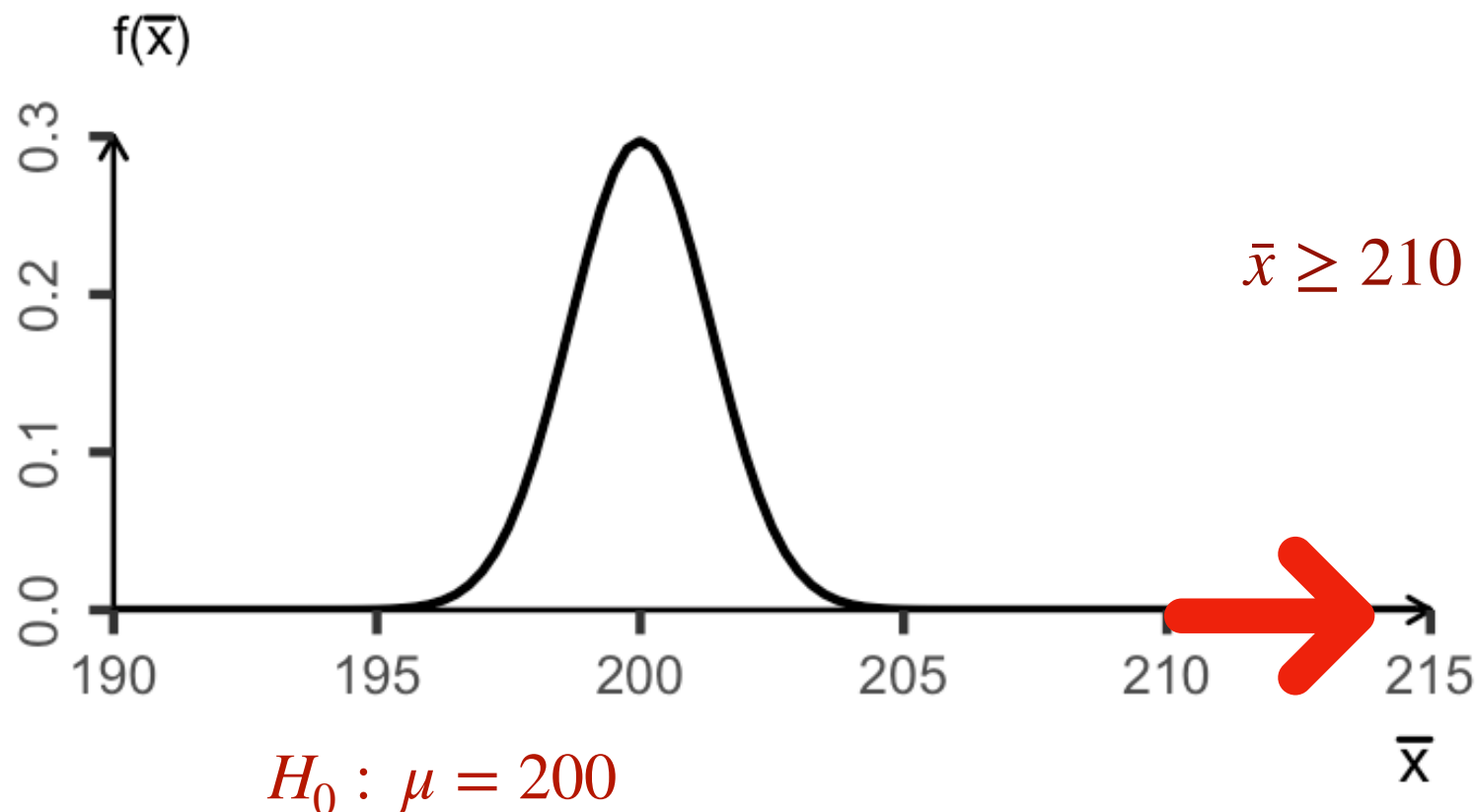
$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som “bevis” på
at $\mu > 200$?

Hvis $\bar{x} \geq 210$ så tror vi på H_1

$\bar{x} \geq 210$ er usannsynlig hvis H_0 er sann



Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

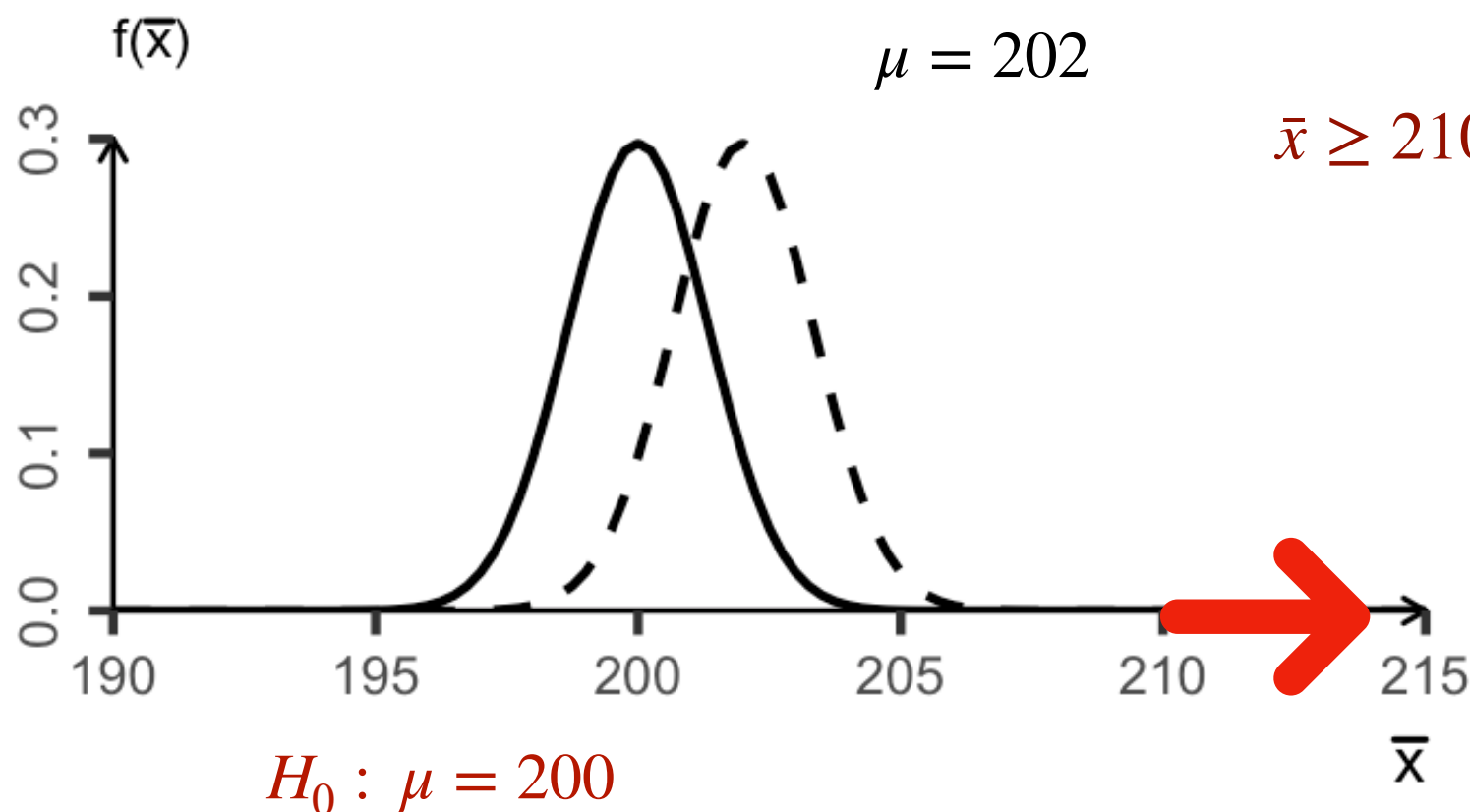
$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som “bevis” på
at $\mu > 200$?

Hvis $\bar{x} \geq 210$ så tror vi på H_1

$\bar{x} \geq 210$ er også usannsynlig hvis $\mu = 202$



Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

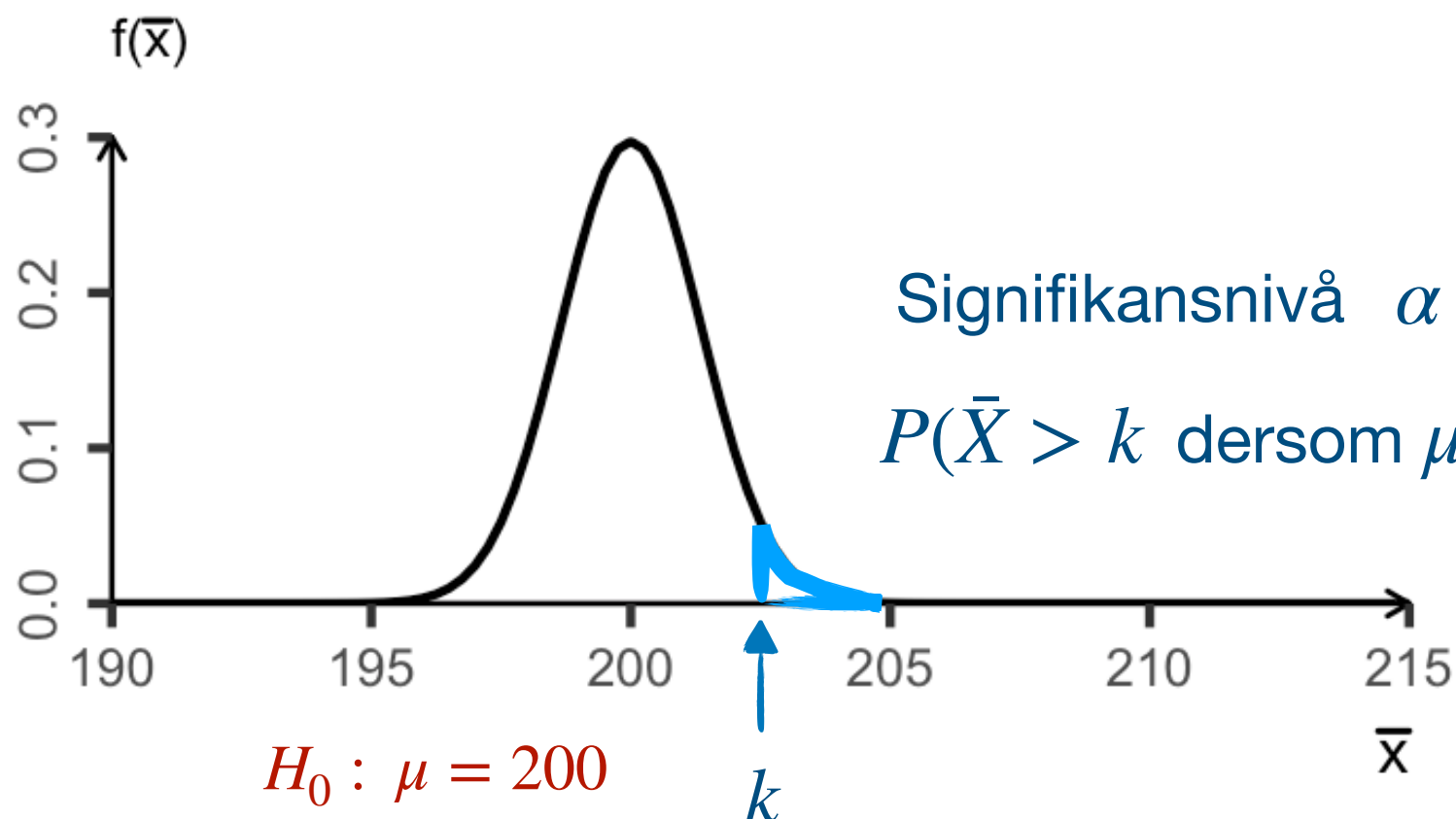
$$H_1 : \mu > 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som "bevis" på
at $\mu > 200$?

$$\bar{x} > k$$



Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Hva slags observasjoner av $\bar{X}$
skal vi anse som "bevis" på
at $\mu > 200$?

$$\bar{x} > k$$

$$P(\bar{X} > k \text{ dersom } \mu = 200) = 0.05$$

$$k = 202.2$$

$$P\left(\underbrace{\frac{\bar{X} - 200}{3/\sqrt{5}}}_{Z \stackrel{H_0}{\sim} N(0, 1)} > \frac{k - 200}{3/\sqrt{5}} \text{ dersom } \mu = 200\right) = 0.05$$

$$P\left(Z > \underbrace{\frac{k - 200}{3/\sqrt{5}}}\right) = 0.05 \quad z_{0.05} = 1.645 \quad k = 200 + 1.645 \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}$$

Høyresidig hypotesetest

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

Ved signifikansnivå $\alpha = 0.05$ skal vi forkaste $H_0 : \mu = 200$ til fordel for $H_1 : \mu > 200$ dersom vi observerer $\bar{x} > 202.2$ gram

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5}$$

$$\bar{x} = 201.4$$

Vi forkaster ikke nullhypotesen.