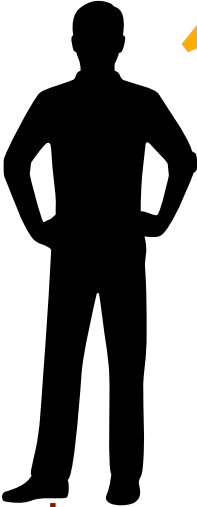


Hvor god er en hypotesetest?

Thea Bjørnland
Institutt for matematiske fag
NTNU

Eksempel

En sjokoladefabrikk produserer 200-grams sjokoladeplater.



Sjokoladene
veier for mye!

Produksjonssjef Nils

Vekt til tilfeldig
valgt sjokoladeplate

$X \sim N(\mu, \sigma)$

= 3 gram

= 200 gram
hvis alt er som det skal

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Nils skal veie
5 tilfeldig valgte
sjokoladeplater

Høyresidig hypotesetest

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \quad X_i \sim N(\mu, 3) \quad i = 1, \dots, 5$$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_5}{5} \quad \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Høyresidig hypotesetest

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Signifikansnivå

$$\alpha = 0.05$$

?

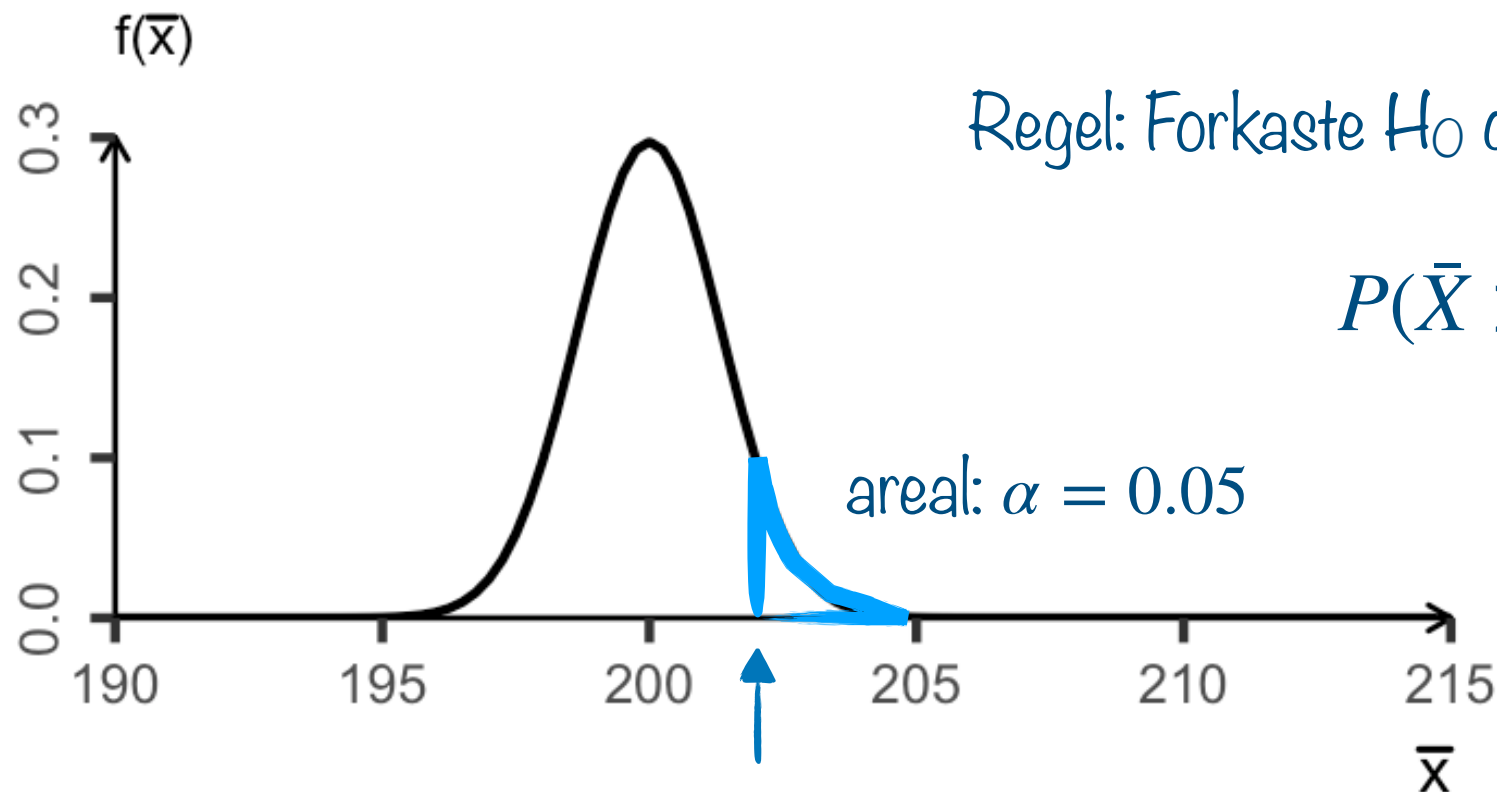
Regel: Forkaste H_0 dersom Nils observerer $\bar{x} > k$

$$P(\bar{X} > k \text{ dersom } \mu = 200) = 0.05$$

$$P\left(Z > \frac{k - 200}{3/\sqrt{5}}\right) = 0.05$$

$$z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$$

$$k = 200 + z_\alpha \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}$$



$$H_0 : \mu = 200 \quad k$$

Høyresidig hypotesetest

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Signifikansnivå

$$\alpha = 0.05$$

Regel: Forkaste H_0 til fordel for H_1 dersom Nils observerer $\bar{x} > k = 200 + z_\alpha \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 202.2$

Usannsynlig observasjon
hvis H_0 er sann

Mer sannsynlig observasjon
dersom H_1 er sann

Type-I feil Forkaste H_0 selv om H_0 er sann

$$P(\text{type-I feil}) = \alpha = 0.05$$

Teststyrke Sannsynligheten for å forkaste H_0 når H_1 er sann

Eks: $\mu = 202$ $\beta = P(\bar{X} > 202.2 \text{ dersom } \mu = 202)$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{202.2 - 202}{3/\sqrt{5}}\right) \approx 1 - \Phi(0.15) \approx 0.44$$

Høyresidig hypotesetest

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Signifikansnivå

$$\alpha = \cancel{0.05}$$

$$= 0.01$$

Regel: Forkaste H_0 til fordel for H_1 dersom Nils observerer $\bar{x} > k = 200 + z_\alpha \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \approx \cancel{202.2} \approx 203.1$

Usannsynlig observasjon
hvis H_0 er sann

Mer sannsynlig observasjon
dersom H_1 er sann

Type-I feil Forkaste H_0 selv om H_0 er sann

$$P(\text{type-I feil}) = \alpha = \cancel{0.05} = 0.01$$

Teststyrke Sannsynligheten for å forkaste H_0 når H_1 er sann

$$\begin{aligned} \text{Eks: } \mu = 202 \quad \beta &= P(\bar{X} > \cancel{202.2} \approx 203.1 \text{ dersom } \mu = 202) = 1 - P(\bar{X} \leq \cancel{202.2} \approx 203.1 \text{ dersom } \mu = 202) \\ &= 1 - P\left(Z \leq \frac{\cancel{202.2} - 202}{3/\sqrt{5}}\right) \approx 1 - \Phi(\cancel{0.15}) \approx \cancel{0.44} \approx 0.2 \end{aligned}$$

Høyresidig hypotesetest

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right)$$

$$H_0 : \mu = 200$$

$$H_1 : \mu > 200$$

Signifikansnivå

$$\alpha = 0.05$$

Regel: Forkaste H_0 til fordel for H_1 dersom Nils observerer $\bar{x} > k = 200 + z_\alpha \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 202.2$

Usannsynlig observasjon
hvis H_0 er sann

Mer sannsynlig observasjon
dersom H_1 er sann

Type-I feil Forkaste H_0 selv om H_0 er sann

$$P(\text{type-I feil}) = \alpha = 0.05$$

Teststyrke Sannsynligheten for å forkaste H_0 når H_1 er sann

Eks: $\mu = \cancel{202} = 205$ $\beta = P(\bar{X} > 202.2 \text{ dersom } \mu = \cancel{202}) = 1 - P(\bar{X} \leq 202.2 \text{ dersom } \mu = \cancel{202})$
 $= 1 - P\left(Z \leq \frac{202.2 - \cancel{202}}{3/\sqrt{5}}\right) \approx 1 - \Phi(\cancel{0.15}) \approx \cancel{0.44} \approx 0.98$

Høyresidig hypotesetest

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{3}{\sqrt{5}}\right) \quad H_0 : \mu = 200$$

$n = 25$ **Størrelsen på utvalget!**

$$H_1 : \mu > 200$$

Signifikansnivå

$$\alpha = 0.05$$

Regel: Forkaste H_0 til fordel for H_1 dersom Nils observerer $\bar{x} > k = 200 + z_\alpha \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \approx \cancel{202.2} \approx 201.0$

Usannsynlig observasjon
hvis H_0 er sann

Mer sannsynlig observasjon
dersom H_1 er sann

Type-I feil Forkaste H_0 selv om H_0 er sann

$$P(\text{type-I feil}) = \alpha = 0.05$$

Teststyrke Sannsynligheten for å forkaste H_0 når H_1 er sann

Eks: $\mu = 202$ $\beta = P(\bar{X} > \cancel{202.2} \approx 201.0 \text{ dersom } \mu = 202) = 1 - P(\bar{X} \leq \cancel{202.2} \approx 201.0 \text{ dersom } \mu = 202)$

$$= 1 - P\left(Z \leq \frac{\cancel{202.2} - 202}{3 \cdot \frac{3}{\sqrt{5}}}\right) \approx 1 - \Phi(\cancel{0.15}) \approx \cancel{0.44} \approx 0.95$$

Hvor god er en hypotesetest med signifikansnivå α ?

Type-1 feil Forkaste H_0 selv om H_0 er sann $P(\text{type-1 feil}) = \alpha$

Type-2 feil Ikke forkaste H_0 selv om H_1 er sann

Teststyrke β

Sannsynligheten for å forkaste H_0 når H_1 er sann $\beta = 1 - P(\text{type-2 feil})$

- Signifikansnivået α
- Parameterverdi μ under H_1
- Størrelsen på utvalget