Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Martin Wanvik tlf. 73 59 33 94

EKSAMEN I MA0001 BRUKERKURS A I MATEMATIKK

Bokmål
Tirsdag 16. desember 2008
kl. 9–13

Hjelpemidler (kode A): Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler,

Sensurdato: 16.01.2009

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen.

Oppgave 1

a) Løs likningen $e^x \cdot e^5 = 1$.

b) Løs likningen $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Oppgave 2 En bil kjører langs kurven

$$x^2 + y^2 = 400$$

på et islagt vann. Plutselig, akkurat idet den er i punktet $(10,\ 10\sqrt{3})$, mister den totalt veigrepet og skjærer tangensielt ut.

Finn en likning for tangentlinjen som bilen da følger.

Oppgave 3 Statens forurensningstilsyn (SFT) har bestemt at kobberinnholdet i avrenningen fra en gruve ikke får overstige 10 mikrogram per liter (10 μg/ℓ).

Kobberinnholdet i avrenningen fra gruven X er gitt ved

$$f(t) = \frac{10 + \sin t}{2 + t^2}\,\mu\text{g}/\ell$$

ved tidspunkt t for alle $t \geq 0$.

Hva skjer med kobberinnholdet i avrenningen fra X når $t \to \infty$?

Vil kobberinnholdet i avrenningen fra X overstige 10 μg/ℓ ved noe tidspunkt?

Oppgave 4 For å anslå størrelsen m av en viss bakteriekultur som funksjon av tiden t, ble det gjort målinger av m ved 10 ulike tidspunkter t. Dette ga en tabell

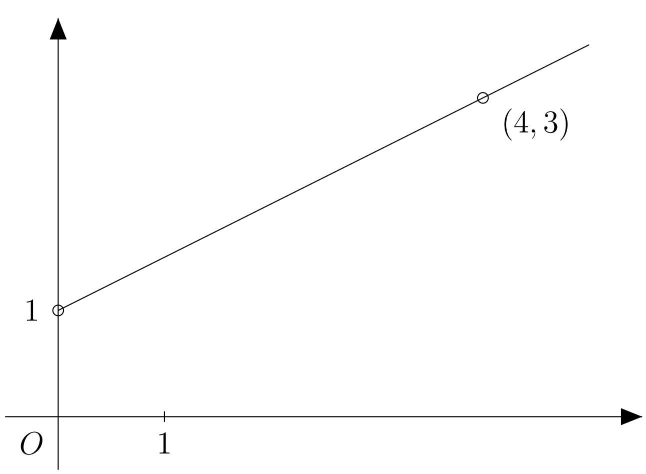
t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}

over målingene.

Det viste seg (ved prøving og feiling) at hvis man plotter alle de 10 punktene

$$(t_1^2, m_1^3),\ (t_2^2, m_2^3), \ldots, (t_{10}^2, m_{10}^3)$$

inn i et koordinatsystem, ligger punktene på den rette linjen som går gjennom de to punktene $(0, 1)$ og $(4, 3)$ som vist på figuren.



Skriv m uttrykt som funksjon av t.

Oppgave 5

a) For å finne maksimum eller minimum for en kontinuerlig funksjon $f(x)$ på et lukket begrenset intervall $[a, b]$ holder det å sammenlikne funksjonsverdiene $f(x)$ for et endelig antall x-verdier. Hva er det som kjennetegner disse x-verdiene?

b) I et lite samfunn i Østerdalen ligger et jordstykke avgrenset av en vei, en skog og elven Glomma. Vi kan plassere et koordinatsystem over jordstykket slik at

- veikanten langs jordstykket følger kurven $\quad y = x \quad$ for $\quad 0 \leq x \leq 300$,
- skogkanten langs jordstykket følger kurven $\quad y = -\dfrac{x^2}{900} \quad$ for $\quad 0 \leq x \leq 300$,
- elvebredden langs jordstykket følger kurven $x = 300$.

(Alle mål er gitt i meter.)

Finn arealet av jordstykket.

c) I valgkampen ble det lovet en ballplass til barna på stedet. For å innfri dette løftet ville det nye kommunestyret anlegge en rektangulær ballplass på jordstykket i b). Den ene siden av ballplassen skulle ligge langs elvebredden.

Benytt metoden i a) til å bestemme hvor stort areal denne rektangulære ballplassen maksimalt kan få.

Hva blir målene til ballplassen i dette tilfellet?