Øving 6
MA0001 Brukerkurs i Matematikk A

1 Læreboka s. 208-211

79. *Finn den andrederiverte av funksjonen*

$$f(s) = \sqrt{s^{3/2} - 1}.$$

86. *Posisjonen ved tidspunkt t til en partikkel som beveger seg langs en rett linje er gitt ved funksjonen $s(t)$. Den (første)deriverte av $s(t)$ (med hensyn på t) kalles* hastigheten*, og betegnes $v(t)$; det vil si, hastigheten er endringsraten for posisjonen. Endringsraten for hastigheten kalles* akselerasjon*, og betegnes (som oftest) med $a(t)$, dvs.*

$$\frac{\mathrm{d}\, v(t)}{\mathrm{d}\, t} = a(t)$$

Gitt at $v(t) = s'(t)$, følger det at

$$\frac{\mathrm{d}^2\, s(t)}{\mathrm{d}\, t^2} = a(t)$$

(a). *Finn hastighet og akselerasjon ved tid $t = 1$, dersom posisjonen $s(t)$ er gitt ved*

$$s(t) = t^2 - 3t.$$

2 Læreboka s. 215-216

1. *Finn den deriverte av følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen*

$$f(x) = 2\sin(x) - \cos(x)$$

49. *Finn den deriverte av følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen*

$$h(x) = \frac{3}{\tan(2x) - x}$$

73. *Anta at konsentrasjonen av nitrogen i en innsjø viser periodisk oppførsel. Dersom vi lar $c(t)$ betegne konsentrasjonen av nitrogen i innsjøen ved tid t, antar vi at*

$$c(t) = 2 + \sin\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

(a). *Finn*

$$\frac{\mathrm{d}\, c(t)}{\mathrm{d}\, t}$$

(b). *Bruk en graftegner for å tegne grafen til både $c(t)$ og $\frac{\mathrm{d}\, c(t)}{\mathrm{d}\, t}$ i samme koordinatsystem.*

(c). *Ved å betrakte grafene du tegnet i (b). over, besvar følgende spørsmål:*

(i) *Når $c(t)$ når et maksimum, hva er da verdien av $\frac{\mathrm{d}\, c(t)}{\mathrm{d}\, t}$?*

(ii) *Når $\frac{\mathrm{d}\, c(t)}{\mathrm{d}\, t}$ er positiv, er $c(t)$ økende eller minkende?*

(iii) *Hva kan du si om $c(t)$ når $\frac{\mathrm{d}\, c(t)}{\mathrm{d}\, t} = 0$?*

3 Læreboka s. 221-223

3. *Derivér følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen*

$$f(x) = 4e^{1-3x}$$

35. *Derivér følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen*

$$f(x) = 2^{x+1}$$

47. *Derivér følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen*

$$h(t) = 5^{\sqrt{t}}$$

61. *Anta at en bakteriekoloni vokser på en slik måte at ved tid t, så er populasjonsstørrelsen $N(t)$ gitt ved*

$$N(t) = N(0)2^t$$

der $N(0)$ er populasjonsstørrelsen ved tid 0. Finn vekstraten; det vil si, finn $\frac{\mathrm{d}\, N(t)}{\mathrm{d}\, t}$ og uttrykk dette ved $N(t)$. Vis at vekstraten til populasjonen er proporsjonal med populasjonsstørrelsen.

4 Læreboka s. 233-234

11. *La*

$$f(x) = x + e^x, \qquad x \in \mathbb{R}$$

Finn $\frac{\mathrm{d}\, f^{-1}(x)}{\mathrm{d}\, x}(1)$ *(Merk at* $f(0) = 1$*).*

39. *Derivér følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen:*

$$f(x) = \ln \frac{1-x}{1+2x}$$

49. *Derivér følgende funksjon med hensyn på den uavhengige variabelen:*

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

67. *Bruk logaritmisk derivasjon for å finne den deriverte av følgende funksjon:*

$$f(x) = x^{\ln(x)}$$

75. *Derivér (med hensyn på* x*)*

$$y = \frac{e^{2x}(9x-2)^3}{\sqrt[4]{(x^2+1)(3x^3-7)}}$$