

Øving 7

MA0001 Brukerkurs i Matematikk A

1 Læreboka, side 241-242

I oppgave 3 og 9, bruk formelen

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$$

til å approksimere verdien av den oppgitte funksjonen. Regn også ut funksjonsverdien med kalkulator og sammenlign svarene.

3. $\sqrt[3]{124}$.

9. $\ln(1.01)$.

31. Anta at per capita vekstrate (vekstrate per person) for en populasjon er 3 %, det vil si, dersom $N(t)$ betegner populasjonsstørrelsen ved tid t , da er

$$\frac{1}{N} \frac{dN(t)}{dt} = 0.03$$

Anta at populasjonsstørrelsen ved tid $t = 4$ er 100. Bruk en lineær approksimasjon for å beregne (omtrentlig) populasjonsstørrelse ved tid $t = 4.1$.

45. Volumet V av et kuleskall med radius $r > 0$ er gitt ved

$$V(r) = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Dersom du kan bestemme radius innenfor en nøyaktighet på 3 %, hvor nøyaktig blir da din beregning av volumet?

2 Læreboka, side 243-244

19. Finn dy/dx og d^2y/dx^2 , der y er gitt ved

$$e^y = \ln x$$

21. En flokk fugler, som flyr horisontalt i en høyde av 100 fot, og med en hastighet på 6 fot per sekund, passerer rett over deg. Hvor hurtig øker avstanden mellom deg og fuglene når avstanden er 320 fot? (Du befinner deg på bakken og står stille.)
37. I eksempel 17, avsnitt 4.4.3, introduserte vi et allometrisk relasjon mellom lengden på hodeskallen (i cm.) og lengden på ryggraden (i cm.) for Ichtyosaurer, en gruppe utdødde marine reptiler. Denne relasjonen er

$$S = (1.162)B^{0.933}$$

der S og B betegner henholdsvis hodeskallens og ryggradens lengde. Anta at du har funnet kun hodeskallen fra et individ, og at du basert på hodeskallens lengde ønsker å estimere ryggradens lengde for dette individet. Hvor nøyaktig må du måle hodeskallens lengde for å kunne estimere lengden på ryggraden til en nøyaktighet på 10 %?

3 Læreboka, side 296-298

1. Finn den minste mulige omkretsen for et rektangel som har areal 25 cm².¹
3. Et rektangel har grunnlinje langs x -aksen, og de to øverste hjørnene ligger på en parabel gitt ved $y = 3 - x^2$ (som vist på figur 5.56 i læreboka). Hva er det største mulige arealet rektangelet kan ha?
15. Finn dimensjonene på en sylinderformet boks som har volum 1 liter (= 1000 cm³) og som minimaliserer materialbruken (flateareal).
17. En sirkelsektor med radius r og vinkel θ har areal A . Finn r og θ slik at omkretsen blir minst mulig dersom (a) $A = 2$ og (b) $A = 10$. ($A = \frac{1}{2}r^2\theta$, og buelengden s (se figur 5.59 s. 297 i læreboka) er gitt ved $s = r\theta$, når θ er målt i radianer.)
22. Optimal reproduksjonsalder (fra Roff, 1992) En bestemt klasse² organismer kjennetegnes ved at de formerer seg kun en gang i løpet av livet. Eksempler på denne type reproduksjonsmønster kan finnes i Atlanterhavslaks og bambus. Per capita vekstrate, r , kan betraktes som et mål på reproduktiv egnethet. Jo større r , jo flere avkom vil et individ produsere. Den indre vekstrate er typisk en funksjon av alder, x . Modeller for vekstrate i aldersstrukturerte populasjoner av organismer med reproduksjonsmønstre som over forutsier at den indre vekstraten som funksjon av x er gitt ved

$$r(x) = \frac{\ln[l(x)m(x)]}{x}$$

¹Skulle egentlig vært kvadrattommer = "square inches" = in², men dette blir knotete på norsk. Måltallene blir de samme, selv om enhetene ikke er de samme (1 tomme = 2.54 cm for de som lurere)

²som på engelsk omtales som "semelparous"; hva som er en korrekt norsk oversettelse av dette har jeg ingen anelse om.

der $l(x)$ er sannsynligheten for å overleve til alder x og $m(x)$ er antall hunner født ved alder x . Den optimale alderen for reproduksjon er den alderen som maksimaliserer $r(x)$.

- (a). Finn den optimale reproduksjonsalderen dersom $l(x)$ og $m(x)$ er gitt ved

$$l(x) = e^{-ax}$$

og

$$m(x) = bx^c$$

der a, b og c er positive konstanter.

- (b) Bruk en kalkulator (graftegner) for å skissere grafen til $r(x)$ når $a = 0.1$, $b = 4$ og $c = 0.9$.