

Øving 9

MA0001 Brukerkurs i Matematikk A

1 Læreboka s. 371-374

9. Finn dy/dx , dersom $y(x)$ er gitt ved

$$y = \int_3^x ue^{4u} du$$

23. Bruk Leibniz's regel for å finne dy/dx , når $y(x)$ er gitt ved

$$y = \int_1^{3x^2+x} (1 + te^t) dt$$

35. Bruk Leibniz's regel for å finne dy/dx , når $y(x)$ er gitt ved

$$y = \int_{x^2}^{x^3} \ln(t) dt, \quad x > 0$$

101. Regn ut det bestemte integralet

$$\int_1^8 x^{-2/3} dx$$

109. Regn ut det bestemte integralet

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

121. Regn ut det bestemte integralet

$$\int_{-2}^{-1} \frac{1}{1-u} du$$

123. Bruk l'Hospital's regel til å regne ut

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x \sin t dt$$

125. Anta at

$$\int_0^x f(t) dt = 2x^2$$

Bestem funksjonen f .

2 Læreboka, s. 395-396

1. Når man studerer vannstrømmen i en åpen kanal, som f.eks en elvs utspring, så er den totale vannmengden Q som passerer gjennom et tverrsnitt per sekund av interesse. Følgende formel kan brukes for å beregne strømmen:

$$Q = \int_0^B \bar{v}(b)h(b) db \quad (1)$$

der b er avstanden fra en elvebredd til det punktet der dybden av elven $h(b)$ og gjennomsnittet $\bar{v}(b)$ av den vertikale hastighetsprofilen til elven i b ble målt. Den totale bredden av tverrsnittet er B (se figur 6.48, side 395 i læreboka). For å regne ut integralet i (1), må vi vite $\bar{v}(b)$ og $h(b)$ i hvert punkt b langs tverrsnittet. I praksis deler vi opp tverrsnittet i et endelig antall delintervaller, og gjør målinger av \bar{v} og h i (f.eks) høyre endepunkt i hvert delintervall. Følgende tabell (1) inneholder et eksempel på slike målinger. Punktet $b = 0$ svarer til venstre elvebredd og punktet $B = 16$ svarer til høyre elvebredd. Enhetene for posisjon b og dybde h er meter, og for \bar{v} , meter per sekund. Approksimer integralet (1) med en

Posisjon (b)	h	\bar{v}
0	0	0
1	0.28	0.172
3	0.76	0.213
5	1.34	0.230
7	1.57	0.256
9	1.42	0.241
11	1.21	0.206
13	0.83	0.187
15	0.42	0.116
16	0	0

Tabell 1: Målinger av dybde og gjennomsnittlig vertikal hastighetsprofil i en elv

Riemannsum, ved bruk av posisjonene i tabellen, og finn den omtrentlige gjennomstrømningen Q ved bruk av dataene fra tabellen.

3 Læreboka, s. 392-395

1. Finn arealet av området i planet begrenset av kurvene $y = e^x$, $y = -x$, $x = 0$ og $x = 2$. (Hint: skissér kurvene $y = e^x$ og $y = -x$ for x mellom 0 og 2 i samme koordinatsystem, og se om du får en idé når du ser på figuren.)

4 Oppgave A

Grafen til $y = x^2$ og grafen til $y = 1 - x^2$ avgrensner et lite område i xy -planet når de tegnes inn i samme koordinatsystem. Finn arealet av dette området. (Hint: skisser grafene i samme koordinatsystem først.)