Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

MA0002 Brukerkurs i Matematikk B
Vår 2023

Øving 4

1 La $N(t)$ være størrelsen på en populasjon etter t år. Anta at

$$\frac{dN}{dt} = 0.7N\left(1 - \frac{N}{35}\right),$$

og at $N(0) = 10$. Løs differenesiallikningen og finn $\lim_{t\to\infty} N(t)$. Hva forteller dette om populasjonen?

2 La

$$\frac{dy}{dx} = (4 - y)(5 - y).$$

Finn likevekstpunktene (the point equilibria) til differensiallikningen og bestem om de er ustabile eller lokalt stabile.

3 Anta at $N(t)$ er størrelsen av en populasjon ved tiden t og at N tilfredsstiller differensialligningen

$$\frac{dN}{dt} = N\left(1 - \frac{N}{50}\right) - \frac{9N}{5+N}.$$

La

$$g(N) = N\left(1 - \frac{N}{50}\right) - \frac{9N}{5+N}.$$

(a) Tegn grafen til g.

(b) Finn alle likevektsløsningene til differensiallikningen over.

(c) Bestem stabiliteten til likevektsløsningene.

4 Anta enkelt-beholder modell fra seksjon 8.2.2. Altså, anta konsentrasjon av løsning ved tid t er gitt ved $C(t)$, og at

$$\frac{dC}{dt} = 3(20 - C(t)).$$

(a) Løs ligningen over når $C(0) = 5$.

(b) Finn $\lim_{t\to\infty} C(t)$.

(c) Bruk svaret fra (a) til å finne t når $C(t) = 10$.

$\boxed{5}$ La $N(t)$ være størrelsen på en populasjon ved tiden t. Anta at

$$\frac{dN}{dt} = 2N(N-10)\left(1 - \frac{N}{100}\right),$$

for $t \geq 0$.

(a) Finn alle likevektsløsningene til denne differensiallikningen.

(b) Bestem stabiliteten til likevektsløsningene.

$\boxed{6}$ Anta Kermack–McKendrick modelen for smitt av sykdom (se kapitel 8.3 i læreboken). Bestem i de ulike tilfellene om en sykdom sprer seg eller ikke ved å avgjøre om R_0 er større eller mindre enn 1.

(a) $S(0) = 1000$, $b = 0.4$, $a = 300$

(b) $S(0) = 500$, $b = 0.1$, $a = 200$.