Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Steffen Junge (73 59 17 73 / 94 16 27 27)

Eksamen i "Brukerkurs i Matematikk for Informatikere" - (MA0003)

Mandag 19. mai 2008
Tid: 9:00 – 13:00
Hjelpemidler: Et gult ark stemplet "institutt for matematiske fag, valgfri kalkulator

Oppgavesettet består av 11 delspørsmål som alle vektes likt

Oppgave 1 La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være gitt ved $f(x) = 2xe^{-x^2}$.

(a) Den deriverte til f kan skrives på formen $c(1 - 2x^2)e^{-x^2}$. Bestem konstanten c.

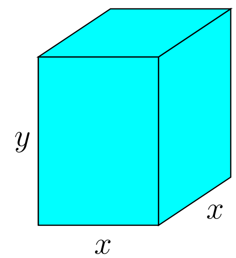
(b) Hvor er f voksende og hvor er f avtagende?

(c) Det opplyses at $f(x) \to 0$ når $x \to \pm\infty$. Hva er globalt maksimum og hva er globalt minimum av f?

(d) Bestem verdien av det uegentlige integralet

$$\int_0^\infty f(x)\,dx$$

Oppgave 2 Kari skal lage en lukket kasse som har kvadratisk bunn og lokk som avbildet under:



Hvis volumet av kassen skal være 1 kubikkmeter hva er da det minste overflateareal kassen kan ha?

Oppgave 3 Mengden $M(t)$ av et radioaktivt stoff som funksjon av tiden t i sekunder kontrolleres av differensialligningen:

$$\frac{dM}{dt} = -3.4257 \cdot M$$

Anta det er M_0 kilo av stoffet til tiden $t = 0$:

(a) Finn $M(t)$ for $t \geq 0$.

(b) Hvor mange sekunder går det før det er 10 prosent av stoffet igjen?

Oppgave 4

(a)Beregn matriseproduktet:

$$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(b) Finns det noen $b \in \mathbb{R}^3$ slik at ligningen $Ax = b$ ikke har noen løsning når A er matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

fra punkt (a). Forklar svaret.

(c) Løs følgende vektorligning hvis det er mulig:

$$x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Oppgave 5 La T være lineærtransformasjonen som speiler alle punkt i $\mathbb{R}^3$ i xy-planet; det vil si $T(x, y, z) = (x, y, -z)$, og la S være lineærtransformasjonen som strekker en vektor $v \in \mathbb{R}^3$ med en faktor 3 i x-retning; det vil si $S(x, y, z) = (3x, y, z)$. Finn matrisene for T, S og $S \circ T$.