

Ligninger og grafer

Ligning: et utsagn som inneholder én eller flere variable: x, y, t, \dots og som uttrykker at to størrelser er like.

Løsning av ligning: en verdi av variabelen (variablene) slik at utsagnet er sant

Ex: ligning $2x = 4$

løsning: $x = 2$

Løsningsmengde: mengden av alle løsninger til en ligning.

Ex: ligning $2x = 4$
løsningsmengde $\{2\}$

NB! Vi bruker notasjonen $\{ \}$ for mengder

Ex mengden $\{2\}$ har ett element: 2

Ex ligning $x^2 = 1$
løsningsmengde: $\{-1, 1\}$

Vi kan framstille løsningsmengden grafisk.



1 eksemplet over $(x^2 = 1)$ er løsningsmengden,
altså $\{-1, 1\}$ en del av tallinja (dvs. en delmengde
av \mathbb{R} - mengden av reelle tall).

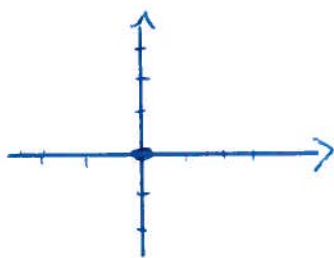
To variable

Ex. Ligningen $x^2 + y^2 = 0$ har én løsning,
nemlig $(x, y) = (0, 0)$. Dvs $x = 0$ og $y = 0$

Løsningsmengden = $\{(0, 0)\}$

Løsningsmengden er en delmengde av \mathbb{R}^2 - det reelle planet.

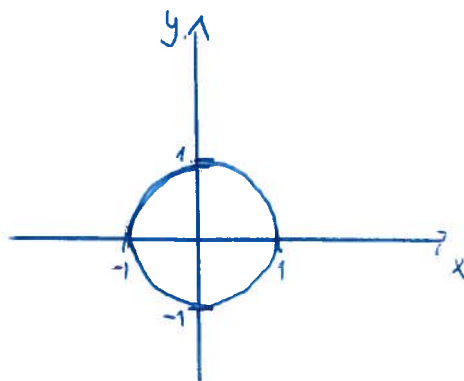
Grafisk:



Ex. Ligningen $x^2 + y^2 = 1$ har uendelig mange
løsninger, noen av disse er:
 $(1, 0), (0, -1), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Oppgave: finn alle løsninger (bruk mengdenotasjon)
altså: finn løsningsmengden

Grafisk :



Ex.

$x^2 - y = 0$ har også uendelig mange løsninger

Oppgave : finn alle løsninger (løsningsmengden)

Oppgave : finn grafisk framstilling av løsningsmengden til $x^2 - y = 0$.

NB! Grafen til en ligning = løsningsmengden

(som vi i praksis ofte identifiserer med den grafiske framstillingen).

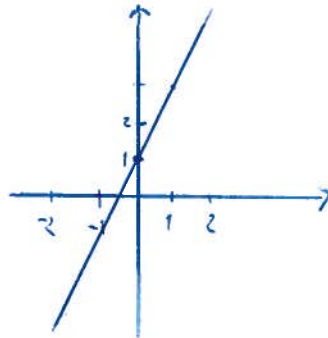
Lineære ligninger

$ax + by = c$ der a, b, c er bestemte tall (ikke alle = 0)
(altså ikke variable), mens x, y er variable

Ex:

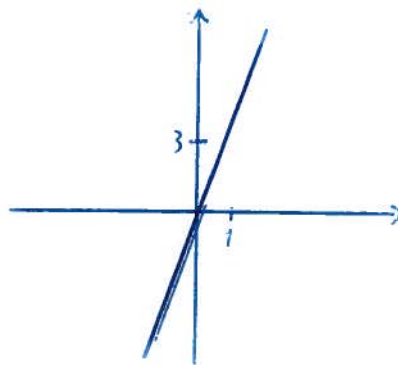
$$2x - y = -1 \quad (\text{merk ekvivalent med } y = 2x + 1)$$

graf:
(= løsningsmængde)



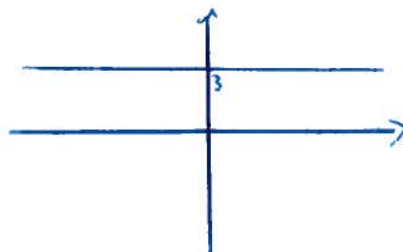
Ex $3x - y = 0 \quad (\Leftrightarrow y = 3x)$

graf:



Ex $y = 3$ (hvis tolket som en ligning med to variable x, y, \dots)

graf:



NB! Grafen til $y = ax + b$ ($\Leftrightarrow -ax + y = b$)

er en rett linje

a - stigningskullet til linjen

b - skjæringspunktet med
y-aksen (dvs. $(0, b)$ er
løsning)

Senere (i dette kurset)

skal vi se på felles løsningsmengder for flere lineære

ligninger. Eks: $y = 2x + 1$

$$y = x + 2$$

Oppgave: finn felles løsning for begge ligningene

Å løse ligninger - dvs. å finne løsningsmengden

(dvs verdier / alle verdiene) av variablene slik at uttrykket (ligningen) er sann.

Metode(r):
legge til / trekke fra på begge sider av =
gange med / dele på ($\neq 0$) $\frac{\quad}{\quad}$ =
ta røtter (kvadrat røtter eller mer generelt
n'te røtter) på begge sider av =

Ex

$$2x + 1 = 5$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

- løsningsmengden til $2x + 1 = 5$
{2}

Ex

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

Oppgave: løs denne "Uten" å bruke formelen

for løsning av 2-grads-ligninger.