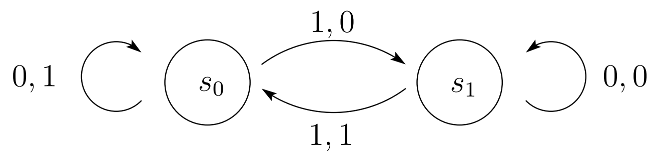
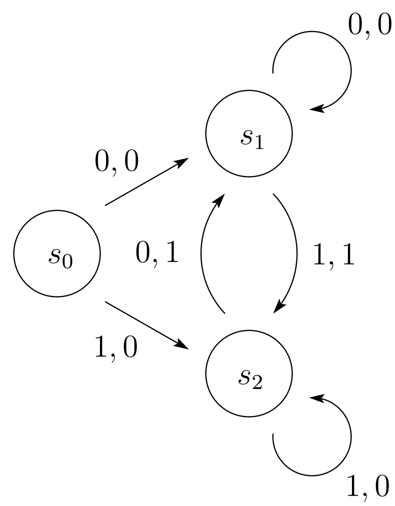
Løsning til 11. øving, MA0301 vår 2008

Oppgave 1:



I s_0 er det et like antall 1'ere og i s_1 et oddetall.

Oppgave 2:



I s_1 var siste input 0 og i s_2 var det 1.

Oppgave 3:

R er refleksiv siden $x = x \Rightarrow (x, y) \sim (x, y)$, R er transitiv siden:

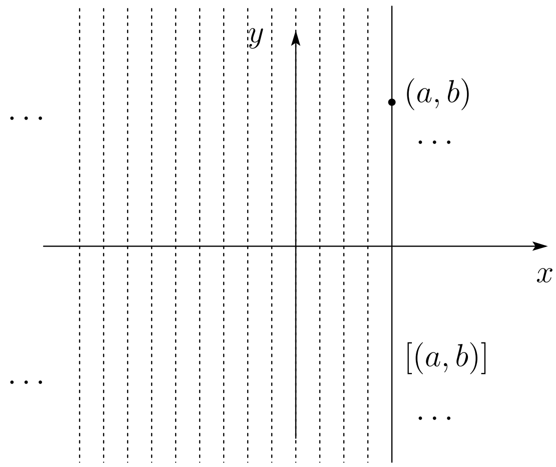
$$\begin{aligned}
&(x, y) \sim (x', y') \sim (x'', y'') \\
\Rightarrow &x = x' = x'' \\
\Rightarrow &x = x'' \\
\Rightarrow &(x, y) \sim (x'', y'')
\end{aligned}$$

og R er symmetrisk siden:

$$(x, y) \sim (x', y') \Rightarrow x = x' \Rightarrow x' = x \Rightarrow (x', y') \sim (x, y)$$

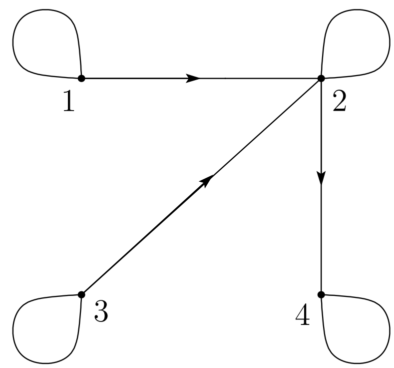
Hermed er R en ekvivalensrelasjon.

Rent geometrik består $[(a,b)]$ av alle punkter på den vertikale linjen gjennomn (a,b) (se figur). Ekvivalensklassene partisjonerer $\mathbb{R}^2$ i vertikale linjer. (se figur)



Oppgave 4:

- - R er refleksiv fordi $(1,1),(2,2),(3,3),(4,4) \in R$
  - R er ikke transitiv siden $1 \sim 2 \sim 4$ men ikke $1 \sim 4$
  - R er ikke symmetrisk siden $1 \sim 2$ men ikke $2 \sim 1$
  - R er antisymmetrisk.
- $$M(R) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
- Se neste side for grafen til R.
- $$M(R)^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1+1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1+1 \\ 0 & 1+1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
  $$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M(R^2)$$


1
2
3
4