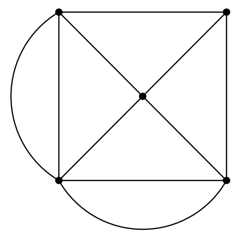
Løsning til 11. øving, MA0301 vår 2008

Oppgave 1:

Problemet med hagen modelleres av grafen:



Der hver kant representerer et hull i hekken. Hjørnet i midten svarer til å stå "utenfor" hekken. Spørsmålene i grafspråk blir da:

1. Finns det en Euler-krets i G? Svar: Nei, fordi ikke alle hjørner har grad som er partall.
2. Finns det en Euler-trail i G? Svar: Ja, fordi presis to hjørner har odde grad.
3. Finns det en Euler-trail som starter i hjørnet i sentrum av grafen? Svar: Nei, fordi hvis der fantes en slik måtte denne nødvendigvis begynne og slutte i sentrum (d.v.s utenfor hekken). Dette fordi graden av dette hjørne er fire - et partall. Dermed ville dette være en Eulerkrets - som vi vet ikke finns.

Oppgave 2:

La de 17 personer utgjøre hjørnene i en graf. Hvis det var mulig for alle å foreta presis 7 håndtrykk ville vi kunne forbinde alle hjørnene i denne kantmengden slik at graden av alle hjørner var 7 (vi godtar ikke løkker da dette er et håndtrykk med seg selv og ingen har to høyre-hender!). Kantene representerer ett håndtrykk og vi tillater at to personer trykker hånd med hverandre fler ganger. dette resulterer i en løkkefri 7-regulær graf med 17 hjørner. Hermed er

$$2|E| = \sum deg(v) = 7 \cdot 17$$

Som er umulig når $2|E|$ et partall og $7 \cdot 17$ et oddetall.

Oppgave 3:

Det finns en slik graf for hver n. Den kan tegnes som n punkter på en sirkel og alle hjørner har grad 2. jeg krever ikke noe strengt bevis for dette da det er (relativt) innlysende.

Oppgave 4:

Se i boken.