

Løsning til øving 4, MA0301, v2008

Oppgave 1

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B) = A \cap (B \cup \bar{B}) = A \cap U = A$$

Oppgave 2

$$\begin{aligned}\overline{\bigcap_{i \in I} A_i} &= \{x \mid \neg(\forall i \in I (x \in A_i))\} \\ &= \{x \mid \exists i \in I (x \notin A_i)\} \\ &= \bigcup_{i \in I} \bar{A}_i\end{aligned}$$

Oppgave 3

Implikasjonen mot venstre er åpenlys, og grunnet symmetri trenger vi bare vise at $A \Delta C = B \Delta C \Rightarrow A \subset B$. Gitt $x \in A$ splitter vi opp i to tilfeller ettersom $x \in C$ eller $x \notin C$

$x \in C$:

$$x \in A \Rightarrow x \notin A \Delta C \Rightarrow x \notin B \Delta C \Rightarrow x \in B$$

$x \notin C$:

$$x \in A \Rightarrow x \in A \Delta C \Rightarrow x \in B \Delta C \Rightarrow x \in B$$

Dette viser at $A \Delta C = B \Delta C \Rightarrow A \subset B$ som ønsket.

Oppgave 4

For ethvert positivt reelt tall finns et mindre positivt rasjonalt tall.

Oppgave 5

Vi tar hintet og ser at gitt et heltall $x \in \mathbb{Z}$ kan vi sette $y = -3x$ og $z = 2x$.