Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Steffen Junge (73 59 17 73)

Midtsemesterprøve i elementær diskret matematikk (MA0301)

Mandag 10. mars 2008
Tid: 10:20 – 11:50
Hjelpemidler: Lærebok, kalkulator

Dette settet består av 8 flervalgsoppgaver og en Induksjonsoppgave.

Flervalgsdel - maks 16 poeng

Til hvert spørsmål finns ett og bare ett riktig svaralternativ. Riktig avkryssing gir +2 poeng og feil gir −1. Settes flere kryss i samme oppgave regnes det som feil. Ingen kryss gir ikke minus.

Studentnummer:______________

Oppgave 1 Anita skal ut på byen. Enten skal hun ha på seg kjole eller også skal hun ha på seg topp og bukse. Hvor mange valgmuligheter har hun når hun er i besittelse av 5 kjoler, 3 topper og 4 bukser?

☐ 60

☐ 19

☒ 17

☐ 12

Studentnummer:________________

Oppgave 2 Hvor mange ulike rekker finns det i vanlig norsk lotto der det trekkes 7 tall mellom 1 og 34?

☐ 27,113,264,640

☒ 5,379,616

☐ 18,643,560

☐ 6,563,256

Oppgave 3 Hvor mange ord kan dannes av bokstavene i PANIKK når vi ikke tillater at de to K'ene følger hverandre?

☐ 15

☐ 105

☒ 240

☐ 720

Oppgave 4 For primitive påstander r og s er utsagnet

$$\neg(r \vee s) \vee (\neg r \wedge s)$$

ekvivalent med:

☐ s

☐ $\neg s$

☐ r

☒ $\neg r$

Studentnummer:______________

Oppgave 5 Gitt premissene:

$$(p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (t \vee \neg s) \wedge (\neg t \vee u) \wedge \neg u$$

hva kan vi *IKKE* konkludere?

☐ $\neg u$

☐ $p \rightarrow s$

☒ p

☐ $\neg s \vee u$

Oppgave 6 La $A, B \subset \mathcal{U}$. Mengden

$$\overline{(A - B) \cap (B - A)}$$

er lik:

☒ $\mathcal{U}$

☐ $\emptyset$

☐ A

☐ B

Oppgave 7 La $\mathcal{R}$ være en relasjon fra A til B. Det opplyses at $|A| = 5$, $|B| = 6$ og $|\mathcal{R}| = 6$. Hva kan vi med sikkerhet si om $\mathcal{R}$?

☒ $\mathcal{R}$ er definitivt ikke en funksjon. fra A til B.

☐ $\mathcal{R}$ kan være en funksjon. fra A til B.

☐ $\mathcal{R}$ er definitivt en funksjon

☐ $\mathcal{R}$ er et uhyre komplisert matematisk objekt, designet for å plage vettet av MA0301 studenter.

Studentnummer:________________

Oppgave 8 På hvor mange måter kan 7 baller med ulik farge fordeles i 3 ulike bøtter når det skal være minst en ball i hver bøtte?

☐ 210

☒ 1806

☐ 301

☐ 903

VINK: Oppgaven kan ses på som antall funksjoner fra en mengde på 7 elementer til en mengde på 3 elementer som er *på* (onto). Det kan videre være lurt å vite at $S(7, 3) = 301$.

Studentnummer:________________

Induksjonsoppgave - maks 4 poeng

Oppgaven føres inn på dette arket.

Oppgave 9 Vis ved induksjon at

$$\sum_{i=1}^{n} i(i!) = (n+1)! - 1$$

for alle naturlige tall n.

Svar:

For alle $n \geq 1$ skal vi vise at:

$$P(n): \quad \sum_{i=1}^{n} i(i!) = (n+1)! - 1$$

er sann.

$P(1)$ er sann fordi $1 \cdot 1! = 2! - 1$.

Så vi antar at $P(k)$ er sann og ser på $P(k+1)$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k+1} i(i!) &= \sum_{i=1}^{k} i(i!) + (k+1)(k+1)! \\ &= (k+1)! - 1 + (k+1)(k+1)! \\ &= (k+1)!(1+k+1) - 1 \\ &= (k+2)! - 1 \end{aligned}$$

Som er det vi var ute etter.