Innlevering 5, MA0301, Vår 2008

Oppgave 1

Hva er verdien av

$$\sum_{i=1}^{627} \frac{1}{i(i+1)}$$

Oppgave 2

Vis ved induksjon at for alle n er $\overline{A_1 \cup \cdots \cup A_n} = \overline{A}_1 \cap \cdots \cap \overline{A}_n$.

Oppgave 3

La F_i angi det i'te fibonacci tall. Vis at:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$$

Oppgave 4

Vis at for alle reelle tall $x_1, \ldots, x_m$ er

$$|x_1 + \cdots + x_m| \leq |x_1| + \cdots + |x_n|$$

Hint: $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \leq |x|^2 + |y|^2 + 2|x||y| = (|x| + |y|)^2$ og dermed er $|x+y| \leq |x| + |y|$. Dette er første skritt i induksjonen.

Oppgave 5

Hva er feilen i følgende argument der vi tilsynelatende beviser at alle naturlige tall er interessante.

La $P(n)$ være påstanden at tallet n er interessant. $P(1)$ er selvsagt riktig da 1 er det eneste tallet med den egenskapen at det kan ganges med et annet tall uten å forandre dette. Dernæst antar vi $P(n)$ riktig for alle $1 \leq n \leq k$. Hvis ikke $P(k+1)$ er interessant vil $k+1$ i så fall være det minnste uinteressante tall og det er en interessant egenskap. Dette viser at $P(k+1)$ er sann og vi er ferdig.