

Øving 6, MA0301, v2008

Oppgave 1

La $f : A \rightarrow B$ der $A = X \cup Y$ og $X \cap Y = \emptyset$. Er det riktig at hvis $f|_X$ og $f|_Y$ begge er injektive da er f injektiv?

Oppgave 2

La mengdene X_n være gitt ved

$$X_n = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$$

En funksjon $f : X_n \rightarrow X_m$ sies å være strengt voksende hvis det for alle tall $i, j \in X_n$ gjelder:

$$i < j \Rightarrow f(i) < f(j)$$

Hvor mange strengt voksende funksjoner finns det fra X_n inn i X_m ?

(Hint: Prøv først med forskjellige små verdier av n og m)

Oppgave 3

La A, B være mengder med $|A| = m \geq n = |B|$, og la $k \in \mathbb{N}$ med $1 \leq k \leq n$. Hvor mange funksjoner $f : A \rightarrow B$ med $|f(A)| = k$ finns det?

Oppgave 4

La $n \leq m$. Vis identiteten:

$$n^m = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^k \binom{n}{k} (-1)^i \binom{k}{k-i} (k-i)^m = \sum_{k=1}^n \binom{n}{k} k! S(m, k)$$

(Hint: Oppgave 3 og definisjonen av Sterling-tallene)

Oppgave 5

En kjemiker har fem assistenter som skal analysere ni vannprøver. På hvor mange måter kan de ni prøvene merket $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ fordeles mellom assistentene slik at hver assistent utfører minnst en analyse når

- Det ikke er nøye hvilken assistent som behandler hvilken prøve.
- Det skjelnes mellom assistentene.