7. oppgavesett, MA0301 vår 2008

Oppgave 1

På hvor mange måter kan 52 spillekort fordeles mellom Ib, Bo, Åge og Ole når alle skal ha 13 kort?

Svar: $5.365 \cdot 10^{28}$
Vink: Eksempel 1.22

Oppgave 2

Hvor mange ulike rekker finns i Vikinglotto der det trekkes 6 tall mellom 1 og 48?

Svar: $12, 271, 512$
Vink: Skal vi bruke permutasjoner eller kombinasjoner her?

Oppgave 3

På hvor mange måter kan en fylle tolv klinkekuler i fem ulike bøtter hvis

1. Alle kulene er svarte. Svar:1820, Vink: Eksempel 1.28
2. Alle kulene har ulik farge. Svar: $244, 140, 625$ Vink: Hvor mange funksjoner er fra en mengde på 12 inn i en mengde på 5?
3. Alle kulene har ulik farge og det skal være minnst en kule i hver bøtte. Svar: $165, 528, 000$, Vink: Hvor mange onto funksjoner er der fra en mengde på 12 inn i en mengde på 5? + s.264

Oppgave 4

På hvor mange måter kan en fylle tolv klinkekuler i fem identiske bøtter hvis

1. Alle kulene har ulik farge og det fylles tre kuler i fire av bøttene og null i en. Svar: 15400, Vink: På hvor mange måter kan vi velge den bøtten der det ikke skal være noe i (husk at bøttene er identiske)? på hvor mange måter kunne vi fordele de tolv kuler jevnt i de fire siste, dersom vi så forskjell på bøttene?
2. Alle kulene har ulik farge og det skal være minnst en kule i hver bøtte. Svar: $1, 379, 400$, Vink: Oppgave 3 og definisjonen av Stirling tallene.

Oppgave 5

Er det sannt at

$$p \vee [p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$$

Oppgave 6

Vis følgende ved et motstridsargument, det vil si anta negasjonen av konklusjonen som en premiss og utled en motstrid.

$$[(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r)] \Rightarrow (q \vee s)$$

Oppgave 7

Skriv $A \cap (B - A)$ på en kortere måte.

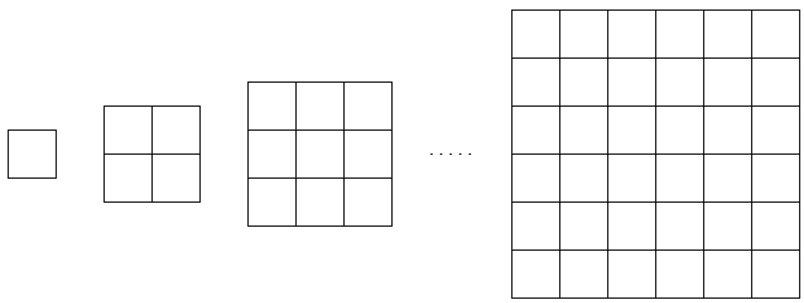
Oppgave 8

Vis at for alle $m \geq 2$ er

$$S(m, 2) = 2^{m-1} - 1$$

Oppgave 9

Under er vist et 1×1 kvadrat, et 2×2 kvadrat, et 3×3 kvadrat og et 6×6 kvadrat.



Bevis at antallet av ulike mindre kvadrater som kan inntegnes i et $n \times n$ kvadrat er lik:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Vink: IKKE prøv å vise dette direkte. Svar først på spørsmålet: Hvor mange $k \times k$ kvadrater kan inntegnes i et $n \times n$ kvadrat. Svar på dette ved å se på hvor mange posisjoner sentrum av $k \times k$ kvadratet kan ha! Begynn eventuelt først med små verdier av k og n. Ta deretter antallet av 1×1 kvadrater pluss antallet av 2×2 kvadrater pluss antallet av - .... - pluss antallet av $(n-1) \times (n-1)$ kvadrater pluss antallet av $n \times n$ kvadrater.)