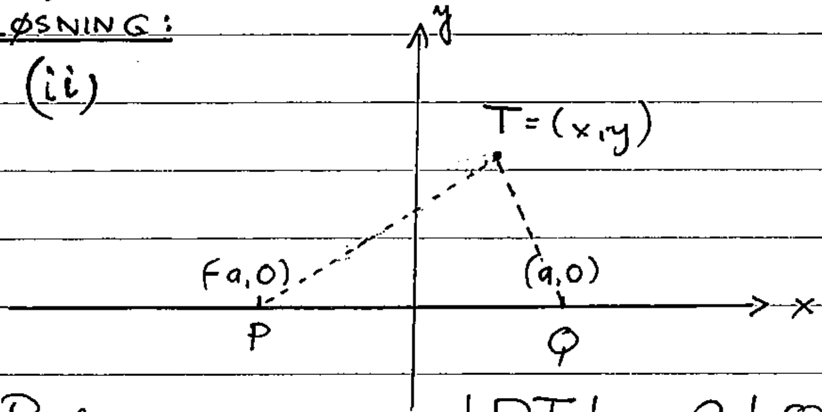
LØSNING:

(ii)



Betingelsen $|PT| = 2|QT|$ gir:

$$\sqrt{(x+a)^2+y^2} = 2\sqrt{(x-a)^2+y^2}$$

eller ved kvadrering:

$$x^2+2ax+a^2+y^2 = 4(x^2-2ax+a^2+y^2)$$

som er ekvivalent med:

$$3x^2-10ax+3y^2+3a^2 = 0$$

eller:

$$x^2-\frac{10}{3}ax+y^2 = -a^2$$

$$x^2-\frac{10}{3}ax+\left(\frac{5}{3}\right)^2a^2+y^2 = \frac{25}{9}a^2-a^2 = \frac{16a^2}{9}$$

som gir:

$$\underline{\left(x-\frac{5}{3}a\right)^2+y^2 = \left(\frac{4a}{3}\right)^2}$$

Vi får altså en sirkel med sentrum i $\left(\frac{5}{3}a, 0\right)$ og radius $r = \frac{4a}{3}$

Apollonius fra Perga (ca 262-190 f.K) beviste at den sökte punktmengde ble en sirkel. Det var omtrent 2000 år för R. Decartes og P. Fermat innförte koordinatregning.