



Faglig kontakt under eksamen:  
Ole Jacob Broch (73 55 02 56, 91 35 37 63)

MA6101 Grunnkurs i analyse I  
Bokmål

Tirsdag 6. juni 2006  
Kl. 9 – 13

Hjelpemidler: Kalkulator HP30S.

Ved vurderingen teller i utgangspunktet hvert bokstavpunkt og oppgavene 3 og 4 - i alt 10 punkt - likt.

Husk at alle svar skal begrunnes!

Oppgavesettet har 2 (to) sider.

**Oppgave 1** La

$$f(x) = x - e \cdot \ln x, \quad x > 0,$$

der  $e$  er grunntallet til den naturlige logaritmen.

- a) Finn  $f'$  og  $f''$  og avgjør hvor  $f$  vokser og hvor  $f$  avtar.
- b) Finn eventuelle ekstremalverdier for  $f$ .
- c) Hvorfor er  $e^x \geq x^e$  for alle  $x > 0$ ?

**Oppgave 2** La  $R$  være området avgrenset av grafene til

$$y = \sin x \quad \text{og} \quad y = \cos x$$

for  $0 \leq x \leq 2\pi$ . ( $R$  skal være avgrenset *kun* av de to grafene.)

- a) Finn arealet av  $R$ .
- b) Finn volumet av legemet som fremkommer når  $R$  dreies om  $y$ -aksen.

**Oppgave 3** Finn den løsningen av differensialligningen

$$y'' + 2y' + y = 0$$

som tilfredsstiller  $y(0) = 1$  og  $y'(0) = 1$ .

**Oppgave 4** Finn grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{(1 - \cos x)}.$$

**Oppgave 5** La

$$y = F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt, \quad x \geq 0.$$

- a) Forklar hvorfor  $F$  er deriverbar, og finn  $F'(x) = \frac{d}{dx}F(x)$ .
- b) Vis at  $F$  har en omvendt funksjon  $x = F^{-1}(y)$  definert i verdimengden til  $F$ .
- c) Finn

$$\frac{dx}{dy} = \frac{d}{dy}F^{-1}(y)$$

som et uttrykk i  $x$ . (Du trenger ikke å vise at  $F^{-1}$  er deriverbar.)